



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO

VALIDACIÓN DE UN SISTEMA DE EVALUACIÓN DE
COMPETENCIAS DE PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA UNA
SECUENCIA DIDÁCTICA,
NOCIÓN DE PENDIENTE.

TESIS PARA OPTAR AL
GRADO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN
MENCIÓN EN EVALUACIÓN EDUCACIONAL

AUTORA: VANESA INGRID MAGNATA SOTO
PROFESORA PATROCINANTE: LEONORA DÍAZ
MORENO

SANTIAGO DE CHILE, JUNIO, 2010.



RESÚMEN ANALÍTICO DE TESIS DE POSTGRADO
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN UNIVERSIDAD METROPOLITANA
DE
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TÍTULO:	“VALIDACIÓN DE UN SISTEMA DE EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS DE PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA UNA SECUENCIA DIDÁCTICA, NOCIÓN DE PENDIENTE.”
MENCIÓN:	Evaluación Educativa
AUTOR:	Vanessa Ingrid Magnata Soto
PROFESOR PATROCINANTE:	Leonora Díaz Moreno
PALABRAS CLAVES:	Evaluación, Pensamiento Variacional, Competencias, Noción de Pendiente.
DESCRIPCIÓN:	Se propone validar a nivel piloto de modalidades de evaluación de competencias de pensamiento variacional, para una secuencia de enseñanza que promueve esas competencias en segundo año de enseñanza media. Esta secuencia ha sido elaborada bajo la concepción y metodología de la ingeniería didáctica. Entre sus antecedentes, la investigación considera marcos curriculares con base en el desarrollo de competencias de pensamiento matemático, tales como los desarrollados en Colombia, México y Bélgica. El tema asociado a la formación en pensamiento variacional, foco de la secuencia es la Noción de Pendiente.
FUENTES:	Esta investigación toma como base preliminar el siguiente marco teórico:

- Pensamiento variacional
- Concepto de Pendiente
- Competencias de pensamiento variacional en Pendiente
- Sistema de Evaluación

Artigue, M. y otros (Ed) (1995) *Ingeniería didáctica en educación matemática*. "Una Empresa Docente" & Grupo Editorial Iberoamérica. México.

Arrieta, J. (2003) *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de Doctorado. Cinvestav-IPN, México.

Ferrari, M. (2001) *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de Maestría. Cinvestav. México.

Díaz, L., *Coherencias cognitivas, matemáticas y culturales en la matemática de la variación*. Descargado el 30/01/09 de <http://tsg.icme11.org/document/get/660>.

Díaz, L., Soto, I., Gutiérrez, E., Ávila, J. y Carrasco, E., (2007), *Las Representaciones Sobre La Variación Y Su Impacto En Los Aprendizajes De Conceptos Matemáticos*, Santiago, Chile: Proyecto Fondecyt N° 1030413

METODOLOGÍA:

El proyecto de investigación utilizó la metodología de investigación-acción en el tema de pensamiento variacional, en educación matemática, abordando el nivel de enseñanza Media (segundo año). El diseño de investigación es la Ingeniería didáctica, a través del diseño e investigación didáctica.

CONCLUSIONES:

El sistema de evaluaciones configurado y validado, contempla instrumentos cualitativos y cuantitativos, los cuales fueron complementando a la secuencia didáctica. Estos instrumentos evalúan competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente.

En paralelo a esta investigación, se realizaron otros estudios relacionados con éste, es decir, diseños didácticos de características similares al de esta investigación, se aplicaron en otros contextos, tales como socioculturales, edad de los estudiantes, y en relación a otras competencias de pensamiento variacional.

Agradecimientos:

Primero que todo, agradezco a Dios por darme su bendición. Sin su gran sabiduría este proyecto no podría haberse llevado a cabo.

A mis padres y hermanos, por entregarme su apoyo y amor a lo largo de todos estos años, los amo.

A mis amigos y compañeros, por tener la paciencia de soportar mi mal genio y brindarme su apoyo en momentos difíciles.

Solo me basta decir, gracias por todo.

ÍNDICE DE CONTENIDO

Introducción	1
Capítulo I: Planteamiento del problema	3
1. Planteamiento del problema	4
1.1. Origen del problema	5
1.2. Antecedentes del problema	6
1.3. Contextualización del problema	7
1.4. Justificación de la investigación	8
1.5. Preguntas de investigación	10
1.6. Objetivos de la investigación	10
1.6.1. Objetivo General	10
1.6.2. Objetivos Específicos	11
1.7. Relevancia del estudio y aporte en el área o disciplina en la que se adscribe	11
Capítulo II: Marco teórico	13
2. Referentes teóricos y empíricos	14
2.1. Socio-epistemología	14
2.2. Definición de Competencia	15
2.2.1. Competencia matemática	17
2.3. Pensamiento Variacional	19
2.3.1. Competencias del Pensamiento Variacional	20
2.4. Noción de Pendiente	21
2.4.1. Competencias del pensamiento variacional en la noción de pendiente	23
2.5. Evaluación	24
2.5.1. Dimensiones de la evaluación	24
2.5.2. Procedimientos evaluativos	25
2.5.3. Evaluación cuantitativa y evaluación cualitativa	25
2.5.4. ¿Cómo evaluar por competencias?	25
2.6. Sistema de Evaluación	26
Capítulo III: Metodología	28
3. Enfoque metodológico	29

3.1. Definiciones Conceptuales y Operacionales	29
3.1.1. Definiciones Conceptuales	29
3.1.1.1. Competencias	29
3.1.1.2. Pensamiento Variacional	29
3.1.1.3. Pendiente	30
3.1.1.4. Competencias de pensamiento variacional en la Noción de Pendiente	31
3.1.2. Definiciones Operacionales	31
3.2. Tipo de investigación y diseño	32
3.2.1. Ingeniería didáctica	32
3.3. Población de estudio	34
3.4. Selección de los sujetos	34
3.5. Unidad de análisis	35
3.6. Recolección de los datos	35
3.7. Formas de agrupación de los datos	35
3.8. Descripción del diseño didáctico	35
3.8.1. La secuencia didáctica	35
3.8.2. El sistema de evaluación	39
3.8.2.1. Test diagnóstico	39
3.8.2.2. Ficha de aprendizaje	40
3.8.2.3. “Lo que creo que sé” o KPSI	40
3.8.2.4. Autoevaluación	41
3.8.2.5. Post-test	41
3.9. Validez y confiabilidad del diseño didáctico	41
3.9.1. Validez del diseño didáctico	41
3.9.2. Confiabilidad del diseño didáctico	51
Capítulo IV: Resultados y análisis de los resultados	53
4. Descripción de los resultados	54
4.1. Conjeturas	54
4.2. Las producciones estudiantiles	71
4.2.1. La secuencia didáctica	71
4.2.2. El sistema de evaluación	73
4.2.2.1. Test Diagnóstico	73

4.2.2.2.	Ficha de aprendizaje	76
4.2.2.3.	“Lo que creo que sé” o KPSI	77
4.2.2.4.	Autoevaluación	78
4.2.2.5.	Post-test	78
4.2.3.	Contraste del test diagnóstico y el post-test	80
4.3.	Contraste de conjeturas y producciones estudiantiles	81
4.4.	Características del sistema de evaluación configurado	82
4.5.	Rediseño de la secuencia	84
4.5.1.	Secuencia didáctica	84
4.5.2.	Sistema de Evaluación	85
4.6.	Análisis crítico del sistema evaluativo configurado	85
Conclusiones		87
Bibliografía		90
Anexos		1
Listado de anexos		2
Anexo 1: Ítems de la noción de pendiente		3
Anexo 2: Tabla de competencias de pensamiento variacional en la noción de Pendiente		5
Anexo 3: Transcripción de respuestas a cuestionario de preguntas abiertas		9
Anexo 4: Carta informativa de solicitud y autorización		13
Anexo 5: Modelo de autorización del estudiante		15
Anexo 6: Tablas de especificación del Sistema de Evaluación		16
Anexo 7: Diseño Didáctico: Secuencia Didáctica y Sistema de Evaluación		18
Anexo 8: Análisis de producciones estudiantiles		71
a)	Diagnóstico y Post-test	71
b)	Secuencia	133
c)	Autoevaluación	193
d)	Fichas de aprendizajes	207
e)	Lo que creo que sé o KPSI 1	242
f)	Lo que creo que sé o KPSI 2	249

Introducción

La investigación que se presenta a continuación es una respuesta a la constante preocupación que sostienen muchos docentes respecto de cómo mejorar la enseñanza y los aprendizajes de matemáticas, además de los modos de evaluar esos aprendizajes tanto en sus resultados y en sus procesos de desarrollo.

Este estudio se ocupó principalmente de la evaluación de competencias de pensamiento variacional para el contenido matemático de pendiente, el cual se encuentra entre los contenidos mínimos obligatorios para estudiantes de segundo año medio. Más específicamente, se configuró un sistema de evaluación de estas competencias del pensamiento matemático, sistema que concurre al desarrollo de una secuencia didáctica.

Entendido para estos efectos el sistema de evaluación, como un conglomerado de instrumentos, que en conjunto entregan información que permite valorar competencias de pensamiento variacional logradas y en procesos de desarrollo. Éste considera instrumentos de carácter tanto cualitativo como cuantitativo.

El primer capítulo está constituido por el planteamiento del problema, explicando y fundamentando la elección del tema, además de las preguntas que orientan la investigación, cuestionamientos que dieron origen a los objetivos del proyecto que se presentan enseguida.

El capítulo dos está compuesto por el Marco Teórico. Las partes que componen este marco teórico son: la Socioepistemología y la Ingeniería Didáctica que fundamentan el diseño y validación de una secuencia de enseñanza; las competencias de pensamiento matemático y las propias del Pensamiento Variacional en la Noción de Pendiente, además de una mirada desde la variación a la Noción de Pendiente; y el sistema de evaluación, en donde se mencionan dimensiones y procedimientos evaluativos.

El tercer capítulo está dispuesto para presentar el enfoque metodológico de este proyecto, en donde se encuentran las definiciones conceptuales y operacionales, el tipo y diseño de investigación que se utilizó, y finalmente se presentan la población y la muestra que se estudió, los sujetos y una selección de ellos.

En el cuarto capítulo se encuentran los resultados de la investigación, además del análisis cualitativo de éstos, narrando las conjeturas realizadas en cada instrumento y en la secuencia, y realizando una descripción general de las producciones estudiantiles, además del contraste entre esas conjeturas y estas producciones.

El último capítulo está dirigido a las conclusiones de la investigación,

planteando entre éstas algunas limitaciones y proyecciones del estudio.

Finalmente, se encuentra un apartado para los anexos considerados en el desarrollo del documento.

En el desarrollo del documento, se utilizó términos genéricos para identificar a los estudiantes (las/los estudiantes) y a los profesores (las profesoras y los profesores).

Capítulo I: Planteamiento del problema

1. Planteamiento del problema

En el currículum nacional, se manifiesta claramente que *“la matemática es una disciplina cuya construcción ha surgido de la necesidad y/o el deseo de responder preguntas, interpretar fenómenos y resolver problemas provenientes de los más variados ámbitos”* (Ministerio de Educación, 2004, p. 9). Debido a ello se proponen actividades más desafiantes y estimulantes para aquellos estudiantes *“cuyos intereses se relacionan más con las aplicaciones, a los que se interesan por la modelización o bien a los que les atraen los desafíos de la disciplina misma”* (Ministerio de Educación, 2004, p. 9). Además, las actividades están orientadas de tal manera que, solo si las condiciones así lo permiten, los profesores y profesoras deben *“promover reflexiones orientadas hacia la valoración de la matemática como proveedora de modelos”* (Ministerio de Educación, 2004, p. 98)

En el párrafo anterior se deja entre ver cómo el pensamiento variacional - relacionado con el tratamiento de la variación y el cambio- , al incluir la modelación como acción recurrente, es un tipo de pensamiento matemático que se encuentra de manera implícita en el currículum nacional, y debido a su condición tácita, no se promueve su desarrollo ni se evalúa en Chile de forma tan potente y permanente como otros tipos de pensamiento matemático, como lo son el numérico, el espacial y el aleatorio.

Entre los contenidos correspondientes al pensamiento variacional del currículum nacional de Segundo año Medio, se encuentran aquellos de la unidad *“Ecuación de la recta y otras funciones, modelos de situaciones diarias”*, específicamente en la noción de pendiente. Algunos de los aprendizajes esperados que se encuentran en el programa de estudio de este nivel, en la unidad respectiva, y que enuncian estos contenidos, son los siguientes:

Los alumnos y alumnas:

1. Analizan situaciones y fenómenos que se pueden modelar utilizando las funciones lineal, afín o escalonada; establecen la dependencia entre las variables y la expresan gráfica y algebraicamente

(...)

5. Identifican e interpretan los parámetros de pendiente e intercepto con el eje de las ordenadas tanto en la forma $y = mx + n$ como en $ax + by + c = 0$ de la ecuación de la recta. Reconocen estos parámetros en las respectivas gráficas.

6. Resuelven problemas que se pueden modelar usando las funciones lineal, afín y/o escalonada.

(Ministerio de Educación, 2004, p. 97)

Considerando todo lo anterior, es que se ha dado paso a esta investigación, la cual pretende validar un sistema de evaluación de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, que deben desplegar los estudiantes de

segundo año de Educación Media, durante el desarrollo de la unidad antes mencionada, específicamente al momento de vivir una secuencia didáctica.

Se utilizará una adaptación de la secuencia didáctica del Proyecto Fondecyt N° 1030413 “Las representaciones sobre la variación y su impacto en los aprendizajes de conceptos matemáticos”, de la autoría de la Doctora Leonora Díaz Moreno, quien lo desarrolló junto a Isabel Soto Cornejo, Eulalia Gutiérrez Martínez, Jorge Ávila Contreras y Eduardo Carrasco Henríquez. Este proyecto utiliza la metodología de la Ingeniería Didáctica, la que está, a su vez, bajo la mirada de la Socioepistemología.

El sistema de evaluación que se diseña y valida, concurre a la citada secuencia para valorar logros de competencias de pensamiento variacional en el tema de pendiente así como valorar procesos de desarrollo de éstas competencias.

1.1. Origen del estudio

Las concepciones matemáticas erradas que pudieran tener los alumnos, se cree que posiblemente se producen de una mala contextualización de los conceptos que entregan los profesores en sus clases.

Respecto a la noción de pendiente, Apablaza y otros (2005) menciona en su estudio la errada explicación que un docente puede entregar a un alumno, explicando que *“no hay relación [en el pensamiento propio del docente] de la noción de pendiente con la distinción variacional de la comparación relativa entre cambios, es decir, no se relaciona la noción de pendiente con las nociones de razón, tasa o rapidez de cambio, las cuales dotarían de significado variacional a la pendiente”* (op. cit. p.95).

Al considerar el estudio realizado por Apablaza y otros (2005), se logra visualizar que los entendimientos relativos a la noción de pendiente, y a otros de la misma línea del pensamiento variacional, que transmiten los profesores en sus aulas, son los que probablemente se encuentren errados, y por ende, se transmiten en el mismo estado.

El tema del presente estudio, surge en ese marco de preocupación y se inscribe en la línea de estudio en Pensamiento y Lenguaje Variacional que Díaz (2007) viene implementando hace algo más de una década. Esta autora dio a conocer resultados de sus estudios en la VI CIBEM (4 al 9 de enero de 2009, Ciudad de Puerto Montt) relacionados con su Proyecto Fondecyt N° 1030413, *Las representaciones sobre la variación y sus impacto en los aprendizajes de conceptos matemáticos* desarrollado con el equipo de investigadores Isabel Soto, Eulalia Gutiérrez, Jorge Ávila y Eduardo Carrasco. En este estudio, se propuso estudiar las facetas que tienen algunos estudiantes –de finales de ciclo básico y comienzos del ciclo medio- de las representaciones cotidianas de variación, ya sean que favorezcan o no en los aprendizajes que van logrando los alumnos en la formación del pensamiento y lenguaje variacional. Estas facetas pueden ser congruentes o contradictorias. Es importante recalcar que poco a poco la noción de variación se va incorporando en la base del pensamiento científico tecnológico moderno, ya que en éste es necesario cuantificar variaciones de los diferentes procesos, para así lograr

predecir y controlar diversas situaciones (Díaz, 2007). En el proyecto se diseñaron secuencias de enseñanza considerando a estudiantes de fines del ciclo básico e inicios del ciclo medio, para lograr la finalidad parafraseada anteriormente.

1.2. Antecedentes del problema

A) Tal como se mencionó anteriormente, esta investigación utilizará el Proyecto Fondecyt N° 1030413, el cual estudió, entre otros aspectos

...aquellas facetas tanto congruentes como contradictorias de las representaciones cotidianas de variación y las de la matemática escolar, que favorecen u obstaculizan los aprendizajes tendientes a la formación de un pensamiento variacional (...) esta noción de variación se encuentra a la base del desarrollo científico tecnológico de la modernidad, esto es, cuantificar variaciones en los procesos para predecir y controlar.

(Díaz et al, 2007, p.5).

Este proyecto considera a los estudiantes no tan solo como personas que aprenden, sino más bien como personas sociales que se encuentran en sus propios contextos culturales, es decir, desarrollan sus propios sentimientos y pensamientos, y adquieren distintas concepciones de su propia sociedad, en la cual se desarrolla y aprenden. Es por ello que se torna fundamental para los docentes comprender y evaluar permanentemente las condiciones en las que se desarrollan los procesos de enseñanza y de aprendizaje, es decir, considerando las distintas interacciones entre el saber, el estudiante y el docente, más aún, cuando se aborda la actividad misma, que para fines de esta investigación es la actividad matemática enmarcada en una secuencia didáctica.

A continuación, y para entender de manera global, se presenta un extracto de los objetivos del proyecto:

OBJETIVOS GENERALES

1. Determinar las estructuras de las representaciones de la variación en estudiantes de octavo año básico y segundo año medio del sistema educacional (...)

OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. Identificar con qué representaciones abordan los alumnos y las alumnas de los niveles terminal básico e inicial medio, los procesos de enseñanza y de aprendizaje de nociones variacionales comprometidas en conceptos de matemática.

(Díaz et al, 2007, p. 17)

B) Por otra parte, Colombia, uno de los países de Latinoamérica que tiene incorporado en su currículum el Pensamiento Variacional, proporciona en el

documento de Estándares Básicos de Matemática una propuesta para refinar el proceso de evaluación de competencias matemáticas, pero de ellas en general, no considerando en particular el Pensamiento Variacional ni la noción de pendiente como tal.

Para obtener información de calidad sobre las actividades de los estudiantes es necesario precisar los criterios de referencia (...), la calidad de los juicios que se emitan sobre el avance en los niveles de competencia de los estudiantes depende de un amplio número de evidencias de las actuaciones de los estudiantes, obtenidas de diversas fuentes de información y de distintas situaciones que estimulen las producciones orales, gestuales, pictóricas y escritas. El registro de las evidencias por parte del docente, complementado con los registros que cada estudiante debe llevar de su propio trabajo- (...) diarios de clase y portafolios para la Básica Secundaria y la Media- ayuda para que los estudiantes se apropien de su propio avance y asuman la responsabilidad conjunta en su aprendizaje. Ministerio de Educación Nacional, 2006, pp. 75-76)

Esta propuesta ha sido incorporada en diferentes situaciones, en un proyecto del Ministerio de Educación Nacional del mismo país, se presentan actividades para el desarrollo del Pensamiento Variacional en los estudiantes utilizando recursos tecnológicos. Para ello, en la sección de evaluación se proponen preguntas orientadoras, las cuales realiza el profesor a los estudiantes luego que ellos ya han experimentado la actividad misma (Ministerio de Educación Nacional – MEN, 2004, pp. 43-79)

1.3. Contextualización del problema

La noción de pendiente se considera de manera muy poco práctica en nuestra sociedad pedagógica-matemática al no considerarla como variación, es decir, como muchos de los profesores no logran contemplarla desde una mirada del pensamiento variacional, los estudiantes tampoco lo hacen. Reflejo de estas líneas, es una investigación realizada por un grupo de estudiantes, la cual relata alguno de los entendimientos de los profesores en relación a las nociones de variación presentes en la función lineal (Apablaza, 2005).

Por su parte, el aprendizaje de la noción de pendiente se sitúa en el marco mayor de formación de competencias del pensamiento variacional, Díaz (2010) entiende a las competencias como:

“conjuntos de capacidades y actitudes que se movilizan para poner en juego recursos cognitivos, afectivos y sociales que permiten enfrentar y resolver diferentes tipos de situaciones (...) Las competencias movilizan conocimientos, saber hacer práctico y actitudes, los

integran y articulan en situaciones concretas y suponen el ejercicio de operaciones cognitivas complejas que se sostienen en esquemas mentales. Por su parte la competencia de pensamiento matemático escolar refiere a la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida cotidiana y ciudadana” (op. cit., p. 2).

El Pensamiento Variacional, es un pensamiento matemático y una forma de razonar que implica y permite analizar, organizar y modelar matemáticamente diferentes situaciones, fenómenos de cambio y problemas de la vida diaria, en donde la variación se encuentra como esencia de cada una de ellas. Es importante considerar estos aspectos desde muy temprana edad en los estudiantes, es decir a nivel de enseñanza básica, respecto a ello Díaz (2007) postula *“la conveniencia y oportunidad de iniciar temprana y explícitamente en competencias de Pensamiento y Lenguaje Variacional al estudiantado (...) (proporciona) nuevos significados a los contenidos del discurso matemático escolar colaborando a su articulación”* (op. cit., p. 5). Esto genera la explicación de lo difícil que se torna en muchas oportunidades la comprensión de aspectos relacionados con el pensamiento variacional en estudiantes de mayor experiencia educativa.

La formación de competencias de pensamiento variacional, requiere evaluar los estados de desarrollo de esas competencias de pensamiento variacional. Desde esta perspectiva se hace imprescindible concebir de nuevas formas los procesos de enseñar y de aprender, y más aún, el proceso de evaluar, en orden a constituirlo como una herramienta de apoyo a la enseñanza de las matemáticas, muy particularmente de la noción de pendiente, más allá de aprobar o reprobar estudiantes.

1.4. Justificación de la investigación

Esta investigación está orientada, tal cual lo indica el título, a validar un sistema de evaluación de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente presentes en la secuencia didáctica. Como el Pensamiento Variacional es una línea investigativa reciente a nivel Latinoamericano, que data desde mediados de los años 90, éste aún no se ha percibido desde la mirada evaluativa, de ahí entonces la relevancia de este estudio.

Tal como se mencionó en la sección anterior de éste documento, el concepto de pendiente es útil para examinar y entender la función lineal y la función afín, es decir, se utiliza para realizar análisis de la función misma y su interpretación gráfica, dejando de lado la interpretación variacional que tiene este concepto. Esta situación se observa tanto en las actividades como en las evaluaciones. A continuación se muestra uno de los aprendizajes esperados de la unidad

presentados en los Programas de Estudios de Segundo año Medio, en donde se expresa que los estudiantes:

“Identifican e interpretan los parámetros de pendiente e intercepto con el eje de las ordenadas tanto en la forma $y = mx + n$ como en $ax + by + c = 0$ de la ecuación de la recta. Reconocen estos parámetros en las respectivas gráficas” (Ministerio de Educación, 2004, p. 97)

Sin embargo, en los mismos Programas de Estudio, se hace una indicación al docente en relación a la noción de pendiente, en donde se sugiere que *“Es necesario que los estudiantes logren conceptualizar pendiente como el cociente entre la altura y la distancia horizontalmente recorrida”* (Ministerio de Educación, 2004, p. 101), propuesta que no es considerada por muchos docentes.

Un análisis típico que se realiza en las aulas es realizar una discusión y estudio de lo que sucede gráficamente con la recta si el valor de la pendiente (como cociente entre las variaciones de ordenadas y abscisas) es negativo, positivo o nulo. Éste, se ve reflejado tanto en las evaluaciones formativas (a través de guías de trabajo) como en las sumativas (pruebas de papel y lápiz), tal como se muestra en el Anexo n°1.

Con la finalidad de mejorar las instancias evaluativas, es que se dio paso a la investigación presente, debido a que en algunos casos éstas no son enriquecedoras en el aspecto de variación que tiene la noción de pendiente, considerando la evaluación operacional y procedimental, dejando muchas veces de lado la evaluación actitudinal. Además, esta propuesta está referida a las competencias de pensamiento como eje principal del sistema evaluativo. Bajo la misma perspectiva, es que en este estudio se trabajó, principalmente, en base a la secuencia ya validada y presente en el Proyecto Fondecyt N° 1030413. Sin embargo, en éste no se considera una instancia evaluativa, solo una aproximación de ella para efectos del proyecto mismo.

Para remarcar la importancia de confeccionar instrumentos de evaluación, se menciona a continuación cómo en el SERCE (segundo estudio regional comparativo y explicativo) *“Aportes para la enseñanza de la matemática”*, publicado por la Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO Santiago) y por el LLECE (laboratorio latinoamericano de evaluación de la calidad de la educación), realiza una evaluación de dos dimensiones en el área matemática, una de las cuales está dirigida al dominio de contenidos y la otra, a los procesos cognitivos. Éstas son para los niveles de tercer y sexto grado de distintos países. Los dominios considerados son

- i. el Numérico,
- ii. el Geométrico,
- iii. De la medida, estadístico o del tratamiento de la información, y
- iv. Dominio variacional (del cambio).

Este último dominio se refiere “al reconocimiento de regularidades y patrones; a la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; a la noción de función y a la proporcionalidad (caso de la variación lineal) en contextos aritméticos y geométricos.” (Bronzina, L., Chemello, G. y Agrasar, M., 2009, p.15).

Los resultados de este estudio realizado en países de América Latina y del Caribe, destacan que el porcentaje de alumnos que aprueba los ítemes relacionados con el dominio variacional se encuentra cercano al 30%, para alumnos de tercer y sexto grado de primaria. Este dominio es uno de los que tiene menor porcentaje de aprobación, en general.

Desde esta perspectiva, se hace imprescindible concebir nuevas formas de llevar a cabo los procesos de enseñar y de aprender, y más aún, el proceso de evaluar, que se debe considerar como una herramienta de apoyo a la formación general y específicamente a la formación matemática, la cual no se debe utilizar sólo para aprobar o reprobar estudiantes, como se utiliza en algunos casos, sino más bien para evaluar el verdadero aprendizaje de los estudiantes, y de esa manera tomar decisiones que permitan mejorar la práctica educativa.

1.5. Preguntas de Investigación

Las preguntas que orientan esta investigación son las siguientes:

¿Cuáles son las competencias de pensamiento variacional correspondientes a la noción de pendiente?

¿Qué avances exhibe la investigación en competencias de pensamiento variacional, específicamente en la componente evaluativa de los aprendizajes en la noción de pendiente?

¿Qué elementos caracterizan a una secuencia didáctica que forma en competencias de pensamiento variacional, respecto a la noción de pendiente?

¿Cómo elaborar un sistema de evaluación válido que permita evaluar las competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, presentes en la secuencia didáctica?

1.6. Objetivos de la investigación

1.6.1. Objetivo General

Validar a nivel piloto un sistema de evaluación de competencias de Pensamiento Variacional, en el contenido de la noción de pendiente presente en segundo año medio.

1.6.2. Objetivos Específicos

Para abordar el objetivo general, se formulan los siguientes objetivos específicos:

1. Precisar las competencias de pensamiento variacional que se desarrollan en el aprendizaje de la noción de pendiente en segundo año medio.
2. Distinguir avances que exhibe la investigación sobre el desarrollo de competencias de pensamiento variacional, específicamente en el componente evaluativo de los aprendizajes, para segundo año de enseñanza media, en el contenido de noción de pendiente
3. Rediseñar una secuencia didáctica, que forma en competencias de pensamiento variacional, en el contenido de noción de pendiente en segundo año medio.
4. Configurar un sistema con base en un conjunto de instrumentos orientados a evaluar competencias de pensamiento variacional en el contenido de noción de pendiente, que concurre a la secuencia didáctica rediseñada.
5. Validar los instrumentos del sistema evaluativo.

1.7. Relevancia del estudio y aporte en el área o disciplina en que se adscribe

Este estudio, tal como se ha mencionado en la justificación del estudio, es importante debido a que aún no se diseñan instrumentos que evalúen competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente presentes en secuencias didácticas.

Es necesario considerar la relevancia que tiene el tratar la noción de pendiente como un concepto de variación o cambio, ya que en muchas ocasiones los profesores de nuestro país utilizan la noción de pendiente para el análisis de la función lineal y afín, y no como una razón de cambio, que en este caso es constante.

Uno de los objetivos implícitos de esta investigación es entregar a la comunidad docente un paquete completo, es decir, un diseño didáctico que incluya una secuencia didáctica que trate la noción de pendiente como variación o cambio, y además de ello, un sistema de evaluación, en los que se incluyen instrumentos cualitativos y cuantitativos.

Además, en el estudio se hizo una exploración detallada de las actividades realizadas, entregando aspectos relevantes para docentes, tanto para profesores en formación, como para aquellos que ya ejercen la labor y que requieren actualizar sus conocimientos. Esta exploración se realiza en cada una de las actividades, por

lo que se entrega, además del paquete didáctico completo en la noción de pendiente, las respuestas de los estudiantes y un análisis de cada una, de tal manera que si se realiza nuevamente la aplicación de éste, se previenen muchos aspectos que pueden considerarse desfavorables para el aprendizaje de los alumnos. Es importante mencionar que se realiza también una breve re-adecuación del diseño didáctico, para hacer más cómoda su posible y futura aplicación.

Capítulo II: Marco teórico

2. Referentes teóricos y empíricos

2.1. Socio-epistemología

La matemática es una ciencia, un saber complejo, por ende no es fácil lograr comprensión y aprehensión para muchas personas. Nace para satisfacer ciertas necesidades de la humanidad, para resolver sus necesidades y para comprender el mundo que le rodea. En su devenir histórico ha diseñado modelos útiles para abordar ciertos tipos de problemas. Por ejemplo: cómo comerciar sin perder patrimonio en el mercado; para el ganadero se convirtió en una herramienta poderosa, de manera de poder cuantificar sus animales y poder contarlos para controlarlos, en tanto hace su crianza así como su trueque en el mercado; los pueblos originarios que vivieron en el norte de nuestro país (Atacameños y Diaguitas), al enfrentarse a la escasez de agua propia de la región, debieron crear sistemas de riegos especiales para cosechar algunos vegetales y frutas, es en esta situación en donde la pendiente del suelo jugó un papel fundamental, dando origen al sistema de riego en terrazas.

Por otra parte, la matemática moderna que se instalara en nuestras aulas en la década de los sesenta de la centuria recién pasada, urge justificar y demostrar, por medio de axiomas, teoremas y propiedades, saberes escolares. Este saber formalista no resulta fácil de aprender por el estudiantado.

Entonces aquí surgen variadas interrogantes: ¿cómo lograr aprendizajes matemáticos significativos en nuestros estudiantes? y ¿qué elaborar diseños para hacer enseñable la matemática como disciplina? ¿Cómo evaluar en los procesos de aprendizaje para lograr desarrollo de competencias de pensamiento variacional?

Para abordar respuestas para el caso de la pendiente matemática, en este estudio se considera relevante el enfoque socioepistemológico. Esta aproximación, que pone como base la construcción social de los saberes matemáticos, pone en jaque la manera tradicional de evaluar los aprendizajes matemáticos del estudiantado. Si la matemática es socialmente construida para resolver problemas se requiere levantar formas de evaluación que consideren escenarios análogos para el estudiantado.

En el marco del desarrollo de la matemática educativa (www.cinvestav.ipn.mx) uno de sus principales representantes (Cantoral, en Arrieta, 2003, p. 11) presenta a la socioepistemología de la siguiente forma:

“(...) (se) toma al sistema social como un sistema complejo, donde los humanos aprenden al ejercer prácticas. En el sistema escolar, que es el lugar que se atiende, confluyen dimensiones que sistemáticamente relacionadas conforman un todo. Las dimensiones que consideramos en este todo tienen que ver con la naturaleza social del conocimiento, su formación histórico cultural y la producción y reproducción social del mismo, la dimensión epistemológica; la cognitiva, con relación a las interacciones entre los actores y las interacciones con el mundo, las formas de intervención en los procesos escolares, la didáctica; que adquieren sus particularidades en contextos sociales concretos. A esta perspectiva se le ha llamado socioepistemología.

Es por ello, que se considera necesario para el aprendizaje, especialmente el matemático, configurar escenarios de enseñanza en que el estudiantado aprenda por una actividad problematizadora y significativa para ellos social y culturalmente. En este contexto el proceso de enseñanza no es una actividad que consista en transmitir información en forma unidireccional, siendo el centro de esta actividad el contenido a enseñar, convirtiendo a los estudiantes en meros espectadores, admiradores del conocimiento entregado por profesores eruditos, proceso ya tipificado como educación bancaria por Paulo Freire (Freire, 1969, pp. 52-52).

2.2. Definición de Competencia

Aún no existe acuerdo total al momento de definir el concepto de competencia. Sin embargo se compiló algunas definiciones de competencias en relación con la educación, las cuales se citan a continuación:

“Legendre (1993) presenta la competencia, definida en el campo de la didáctica y de la pedagogía, como una habilidad adquirida gracias a la asimilación de conocimientos pertinentes y a la experiencia; dicha habilidad permite detectar y resolver problemas específicos...”

...Según De Ketelé (1996), la competencia es un conjunto ordenado de capacidades (actividades) que se ejercen sobre los contenidos de aprendizaje, y cuya integración permite resolver los problemas que se plantean dentro de una categoría de situaciones. Se trata pues de ejecutar una tarea compleja, o un conjunto de tareas más o menos del mismo tipo, dentro de una familia de situaciones...

...Beckers (2002), explica que la competencia moviliza diversos recursos al servicio de una acción con finalidad precisa. Según esta autora, la competencia es la capacidad que permite al sujeto movilizar, de manera integrada, sus recursos internos (saberes, saber-hacer y actitudes) y externos, a fin de resolver eficazmente una familia de tareas complejas para él...

...En opinión de Scallon (2004), se puede hablar de competencia cuando un individuo es capaz de movilizar adecuadamente sus saberes y su saber-hacer en diversas situaciones.

Lo esencial de la competencia reside en la movilización de recursos por el individuo, tanto de sus recursos propios como de otros que le son externos...

(Méndez, A., sin año, pp. 3-4)

De las definiciones anteriores se puede argüir que las competencias no son sólo la suma de conocimientos, más bien son un *“conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores”* (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 49). Puede afirmarse que articulan los ámbitos de saber, saber hacer, y sabe ser y hacer con otros, para realizar de forma satisfactoria alguna actividad, que en las aulas debe tornarse desafiante para el estudiantado.

La práctica pedagógica, que se basa en competencias, debe poseer como principio básico la integración de lo teórico, lo práctico y lo actitudinal. La enseñanza basada en competencias debe considerar como hecho fundamental que el aprendizaje es individual en un contexto social, y que este proceso resulta más fácil cuando el estudiante conoce el objetivo que debe lograr, es decir, sabe qué es lo que se espera de él o ella, para que de esta forma se haga responsable, reflexivamente, de su propio aprendizaje. El fin de esta práctica es optimizar el aprendizaje de todos los estudiantes.

2.2.1. Competencia matemática

Considerando lo tratado previamente, y tomando en cuenta que en años anteriores *“se utilizaban los conceptos, proposiciones, sistemas y estructuras matemáticas como herramientas eficaces mediante las cuales se llevaban a la práctica determinados tipos de pensamiento lógico y matemático dentro y fuera de la institución educativa”* (Ministerio de Educación Nacional, 2006), se puede considerar que

“La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.” (Ortiz A. y Chandía E, 2003, p. 641)

La competencia matemática puede verse desde dos posturas muy diferentes, el conocimiento matemático y la educación matemática. Es importante considerar que los objetos propios de la matemática escolar son distintos de los objetos de la matemática como disciplina. Las concepciones actuales van más allá de la formalización, el rigor y la abstracción, van hacia *“el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo”* (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 50), entendiéndose de esta manera para efectos de esta investigación.

En nuestro país, el currículum de Enseñanza Media de Matemática está basado en contenidos, desde los cuales se establecen cuatro ejes temáticos, a saber,

1. Números y Proporcionalidad,
2. Álgebra y Funciones,
3. Geometría, y
4. Estadística y Probabilidad.

En cambio, Colombia posee un currículum basado en competencias, en el cual se establece para matemática, cinco tipos de pensamiento en conjunto con distintos sistemas, los cuales son:

- a.) Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos,
- b.) Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos,
- c.) Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas,
- d.) Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos, y
- e.) Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.

(Ministerio de Educación Nacional, 2006)

Estos cinco tipos de pensamiento están relacionados entre sí, mezclándose

en varios aspectos, pero siempre predominando uno de ellos. Más adelante se detallará respecto a este último pensamiento, el cual se utiliza en esta investigación.

Por otra parte, las competencias matemáticas específicas, clasificadas y utilizadas en la evaluación diagnóstica de la Junta de Andalucía y PISA, se pueden subdividir en tres tipos:

Competencia 1. Organizar, comprender e interpretar información.

- a) Identifica el significado de la información numérica y simbólica.
- b) Ordena información utilizando procedimientos matemáticos.
- c) Comprende la información presentada en un formato gráfico.

Competencia 2. Expresar.

- d) Se expresa utilizando vocabulario y símbolos matemáticos básicos.
- e) Utiliza formas adecuadas de representación según el propósito y naturaleza de la situación.
- f) Expresa correctamente resultados obtenidos al resolver problemas.
- g) Justifica resultados expresando argumentos con una base matemática.

Competencia 3. Plantear y resolver problemas.

- h) Traduce las situaciones reales a esquemas o estructuras matemáticas.
- i) Valora la pertinencia de diferentes vías para resolver problemas con una base matemática.
- j) Selecciona estrategias adecuadas.
- k) Selecciona los datos apropiados para resolver un problema.

Las competencias anteriores, para la prueba de matemática PISA 2003, se clasifican en siete sub-categorías, en las cuales se reconoce que el estudiante debe:

1. Pensar y razonar.
2. Argumentar.
3. Comunicar.
4. Modelar.
5. Plantear y resolver problemas.
6. Representar.
7. Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

(Disponible en <http://plataforma.cepmarbellacoin.org/moodle/mod/resource/view.php?id=3632>)

2.3. Pensamiento Variacional

El pensamiento variacional tiene que ver con el tratamiento matemático de la variación y el cambio. En este sentido,

“este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.”
(Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 66)

La mayoría de las situaciones de variación y cambio de la vida diaria involucran de manera explícita la consideración del tiempo. El cambio y la variación se presentan cuando una circunstancia dada se transforma con el transcurso del tiempo. El poder identificar el fenómeno de cambio, describirlo, interpretarlo, predecir sus consecuencias, cuantificarlo y modelarlo, son las características del pensamiento variacional que se pretenden desarrollar.

Complementando lo anterior, se puede decir que el pensamiento variacional es una forma de razonamiento que permite analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones, fenómenos de cambio y problemas tanto de la vida diaria, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como esencia de ellas.

Desde otra perspectiva el pensamiento variacional es la capacidad para darle sentido a las funciones numéricas y manejarlas. Para algunos, las funciones numéricas son el corazón del pensamiento variacional, el tratamiento de las funciones, desde una perspectiva dinámica tiene que ver con los procesos de experimentación, reflexión, construcción de significados y formas de expresar la generalidad como resultado de los procesos de modelación matemática de diferentes tipos de situaciones.

A partir de análisis matemáticos de las ciencias, la vida cotidiana y otros, en algunos de ellos se puedan modelar procesos de variación entre variables, esto nos lleva al desarrollo de los procesos de pensamiento matemático ligados al álgebra, las funciones y el cálculo.

El pensamiento variacional se relaciona, a través de las formas de representación cuantitativas de las situaciones de variación y cambio, con los siguientes pensamientos matemáticos, tal como se muestra a continuación:

- a) Con el Pensamiento Numérico debido a que en éste se utilizan tablas y patrones numéricos,
- b) Con el Pensamiento Espacial puesto que en él se utilizan mecanismos geométricos y gráficas cartesianas,
- c) Con el Pensamiento Métrico ya que éste se caracteriza por realizar mediciones de magnitudes, que entre otras situaciones se encuentran las de variación y cambio,
- d) Con el Pensamiento Aleatorio porque en él se realiza constantemente

tratamientos de distintos datos y utiliza regresiones para modelar situaciones, entre otras, las que tienen que ver con variación.

Por lo tanto, cuando se estudian situaciones de variación y cambio están presentes los otros pensamientos matemáticos.

La justificación de trabajar en las aulas con el pensamiento variacional es superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados sin ninguna relación entre ellos, pues como vimos antes el pensamiento variacional entrelaza los otros pensamientos. Los conceptos fragmentados dan como resultado alumnos que muchas veces no entienden el significado o sentido de los problemas que resuelven, o simplemente se aferran a algoritmos que son capaces de repetir.

2.3.1. Competencias del Pensamiento Variacional

Las competencias del Pensamiento Variacional son aquellas que utiliza el docente respecto al pensamiento variacional, para realizar alguna actividad, tal como se presentó una competencia matemática en los párrafos anteriores.

Para lograr tener claro el conjunto de competencias de pensamiento variacional, especialmente las relacionadas con la noción de pendiente, en el apartado de los anexos, específicamente el anexo 2, se encuentra una tabla que es producto de la selección de aquellas competencias de los distintos pensamientos. Esta tabla es fragmento de los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas de Colombia. A continuación se presenta el contenido de la columna referida al pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos:

Al terminar tercer grado...

- *Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).*
- *Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.*
- *Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual.*

Al terminar quinto grado...

- *Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.*
- *Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica*
- *Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.*
- *Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.*
- *Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.*

Al terminar séptimo grado...

- *Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).*
- *Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).*
- *Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.*

Al terminar noveno grado...

- *Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.*
- *Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.*
- *Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.*
- ***Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.***
- *Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.*

(disponible en http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

2.4. Noción de Pendiente

La simbología utilizada para identificar la pendiente de una recta, por lo general, es usando la letra m , debido a su procedencia del verbo francés *monter*, que significa escalar, subir o ascender (Larson, R., Hostetler, R., SEXTA EDICIÓN)

Esta noción se vincula a la Línea recta como función (función lineal y función afín) en enseñanza media, la cual es interpretada como la inclinación de esta recta; es decir, si se considera el ángulo de inclinación de una recta que es “*el formado por la parte positiva del eje X y la recta, cuando ésta se considera dirigida hacia arriba*” (Lehmann, C., 1998), la pendiente o coeficiente angular es la tangente del ángulo de inclinación de esta recta (Lehmann, C., 1998).

Otra aplicación de la pendiente es cuando se analizan derivadas en un punto de una curva dada en enseñanza superior, que se puede interpretar como la pendiente de la recta tangente en el punto indicado anteriormente, y que en muchos casos es aplicado para calcular la velocidad instantánea.

En términos generales y para aplicaciones en enseñanza media, la pendiente de una recta considerada desde el punto de vista de la variación se puede definir como se muestra a continuación:

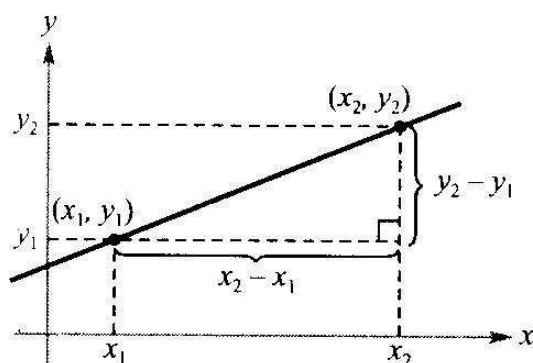
La **pendiente** de una recta no vertical mide el número de unidades que la recta asciende (o desciende) verticalmente por cada unidad de desplazamiento horizontal de izquierda a derecha. Consideremos los dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) de la recta de la Figura P.12. Al desplazarnos de izquierda a derecha por la recta, se produce una variación vertical de

$$\Delta y = y_2 - y_1 \quad \text{Cambio en } y$$

unidades por cada variación horizontal de

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{Cambio en } x$$

unidades. (Δ es la letra griega *delta* mayúscula y Δx se lee «delta de x ».)



$$\Delta y = y_2 - y_1 = \text{cambio en } y$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \text{cambio en } x$$

(Imagen disponible en Larson, R., Hostetler, R., y Edwards, B, sin año, p. 14)

En consecuencia a ésta, se genera una definición que se formaliza, por lo general, en Segundo Año Medio, la cual identifica la pendiente de una recta que pasa por dos puntos, generalizados como (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , con la relación siguiente

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La Noción de Pendiente de una recta ha sido utilizada en muchas actividades para poder realizar un análisis gráfico y algebraico de la función lineal o función afín. Estos análisis se centran en la función misma, dejando de lado el análisis de la pendiente como variación, aunque la consideren como tal. Algunos de los análisis típicos que se realizan en relación con lo anterior, tienen que ver con la observación de segmentos de líneas rectas (de función lineal o afín) con distintas pendientes, en donde algunas son positivas, negativas, nulas o indefinidas, y luego

a partir de ello, se pide a los estudiantes que realicen conclusiones de estas situaciones las que son institucionalizadas por el profesor o profesora. Un ejemplo de esto, se muestra en el Anexo 1.

2.4.1. Competencias del pensamiento variacional en la noción de pendiente

En el capítulo III, en la sección de definición operacional y conceptual, se encuentra determinado qué se entenderá por competencia de pensamiento variacional en la noción de pendiente. Ésta es un acercamiento a la definición de Competencias de Pensamiento Variacional, que se planteó para efectos de esta investigación.

Las competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente que se utilizaron en este estudio son las siguientes:

- ✓ Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).
- ✓ Identifica relaciones numéricas entre distintas unidades utilizadas para medir longitudes.
- ✓ Usa representaciones geométricas para resolver y formular problemas.
- ✓ Identifica relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- ✓ Usa lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
- ✓ Identifica y utiliza diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una línea recta (o curva) que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.

Este listado de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, fueron seleccionadas y adaptadas de las presentadas en el Anexo 2.

Sin embargo, aquella competencia de pensamiento variacional en la noción de pendiente que se evaluó en el desarrollo de esta investigación es si los estudiantes lograron

“Argumentar respecto de situaciones con ciertas tendencias de cambio informadas mediante nociones de pendiente”

Esta competencia se encuentra presente de manera transversal en el desarrollo de la secuencia didáctica y del sistema de evaluación configurado, desplegándose principalmente en tres planos como lo son:

- El plano Instrumental Operativo, relacionado con el saber hacer;
- El plano Personal Significativo, el cual considera el saber ser y saber hacer, además de lo propio emocional del estudiante y de las experiencias previas de él; y
- El plano Relacional Social, en relación con el saber ser y hacer con otros.

2.5. Evaluación

La evaluación según Stufflebeam es *“el proceso para delinear, obtener, y proporcionar información útil para juzgar alternativas de decisión”* (En Worthen, Sanders, p. 129, trad. Ávalos, C., 2008).

La evaluación del aprendizaje, según Frola (2008) es un proceso funcional, sistemático, continuo, integral, orientador y cooperativo, que implica la obtención de información, sobre el logro de objetivos curriculares por parte de los estudiantes.

Debido a las distintas reformas y mejoras que ha ido sufriendo el sistema de educación actual, y con ello las prácticas de evaluación, es que poco a poco han ido variando las estrategias e instrumentos, como actualmente lo son los mapas de progreso, el aprendizaje en espiral, etc.

Es por ello que el docente debe estar integrando siempre nuevas ideas, y para lograrlo con creces, éste debe guiarse por diferentes dimensiones de evaluación, las cuales se presentarán a continuación.

2.5.1. Dimensiones de la evaluación

La evaluación se puede considerar como un eslabón de cierre de ciclo enseñanza-aprendizaje; en donde, a través de la retroalimentación, vuelve a comenzar el aprendizaje. Para ello se cuenta con una planificación, la cual debe tener las siguientes dimensiones:

¿Qué evaluar?: el objetivo responde a ¿qué se pretende evaluar?, o más bien, ¿Qué aprendizaje se va a evaluar?

Con ello se obtendrá información sobre: el grado del desarrollo de capacidades, adquisición de distintos conocimientos procedimientos y actitudes; agentes implicados, los procesos y los resultados.

¿Cómo evaluar?: se debe considerar para establecer los criterios de evaluación, los cuales deben ser compartidos, y por ende comprendidos, por lo estudiantes. Con este aspecto se logra el grado de consecución de los contenidos manifestados en la planificación previa; se plantea conforme a criterios profesionales.

¿Con qué evaluar?: estos son los instrumentos o técnicas para recoger la información, que en este estudio es el sistema de evaluación. Deben servir para evaluar competencias, habilidades y contenidos aprendidos por cada estudiante. Estos instrumentos pueden ser cuantitativos o cualitativos.

¿Para qué evaluar?: Indica la intencionalidad por la cual se realiza la evaluación, en dónde se adecúa a las necesidades didácticas de los alumnos.

¿Quién evalúa?: son los agentes que participan en la evaluación, es decir docente o

alumno.

¿Cuándo evaluar?: indica el momento en que se realiza la evaluación.

- a) Inicial: es de tipo diagnóstica, en la cual se realiza una exploración de contenidos, habilidades o actitudes previas a las experiencias del aprendizaje.
- b) Formativa: es de tipo reguladora, en la cual se realiza una recolección de evidencias que permiten a los docentes y a los alumnos regular, orientar y corregir el proceso, mientras éste se lleva a cabo.
- c) Final: de tipo sumativa, en la cual se realiza la certificación del logro de los conocimientos, habilidades y actitudes desarrolladas en procesos o productos.

2.5.2. Procedimientos evaluativos

Una evaluación se comprende de distintas técnicas e instrumentos para dar cuenta de competencias y desempeños desarrolladas por los alumnos. Para realizar este proceso de manera óptima, se debe definir estándares en función de los grados de dominio o nivel de logro alcanzado por los alumnos.

La evaluación debe tener un carácter netamente formativo, realizando constantemente retroalimentaciones para que los alumnos adquieran realmente los aprendizajes, además para el docente se convierte en una herramienta para la toma de decisiones que involucra, entre otras aspectos, el replanteamiento de los contenidos y actividades.

2.5.3. Evaluación cuantitativa y evaluación cualitativa

La evaluación cualitativa mide y valora, generalmente, el cómo sucede el proceso de aprendizaje. Puede ser subjetiva y se realiza para valorar el conocimiento adquirido, relacionándolo con competencias y aptitudes.

La evaluación cuantitativa mide y valora, cuánto adquirió de las competencias, conocimientos, aptitudes y habilidades desarrolladas en el proceso de aprendizaje. Es más objetiva que la evaluación cualitativa, utilizando instrumentos que permitan lograr este objetivo y permite estandarizar los resultados.

2.5.4. ¿Cómo evaluar por competencias?

Una vez que se establecen los criterios de las competencias específicas a evaluar, se debe escoger cuál o cuáles son los instrumentos adecuados para dicha evaluación. Estos instrumentos deben estar focalizados para identificar y medir el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo, además

del saber ser. Esta evaluación debe cumplir con distintas características, una de las principales es que se debe enfrentar a los estudiantes a actividades cercanas a la realidad, en otras palabras se debe apuntar a la resolución de problemas, pues debemos recordar que es éste el propósito principal de la educación en matemática.

Estos instrumentos pueden ser dirigidos tanto a la evaluación de tipo diagnóstica, formativa y sumativa; como también la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

Finalmente una evaluación por competencias debe ir de la mano con estrategias didácticas, previamente planeadas, que sean propias del desarrollo de competencias matemáticas.

2.6. Sistema de Evaluación

Diez (2008) realiza un estudio acucioso de las definiciones que se da, a nivel macro, de un sistema de evaluación de aprendizajes. En esta investigación, la autora expresa la siguiente definición, la cual está basada en presupuestos del Enfoque Histórico Cultural y en estándares de evaluación del NCTM (National Council of Teachers of Mathematics):

“Conjunto de componentes ordenados y dinámicamente relacionados, los que a partir de principios de carácter filosóficos, sociológicos, psicológicos y pedagógicos (...) (cuya) finalidad esencial (es) valorar el aprendizaje de los estudiantes, retroalimentar los procesos de enseñanza y de aprendizaje y servir de vía de enseñanza y de aprendizaje” (Diez, T., 2008, pp. 55-56)

Esta autora, describe diferentes componentes esenciales de un sistema de evaluación, a saber:

1 Definición de evaluación del aprendizaje. Funciones de la evaluación.

2 Objeto de evaluación. Atributos.

3 Objetivos de evaluación.

4 Indicadores y criterios que describen el objeto y los objetivos.

5 Condiciones de realización. Momentos.

6 Agentes participantes en la evaluación. Tipos de evaluación.

7 Técnicas e instrumentos de evaluación.

8 Procesamiento e interpretación de la información. Calificación.

9 Toma de decisiones.

10 Análisis de las consecuencias.” (op. cit., p. 56)

Para levantar su concepción, Diez inicia considerando del Diccionario de Ciencias de la Educación (Antillana, 2003, p. 1279) una definición a su juicio

abarcadora y específica de *sistema*. Esa definición toma en cuenta un conjunto de características que también interesa suscribir en este estudio: *“Sistema (del griego systema, conjunto) Conjunto organizado de elementos diferenciados cuya interrelación e interacción supone una función global”*.

El Diccionario complementa la definición con un desglose de notas básicas propias a todo sistema y que releva Diez, arguyendo que *“esta forma de caracterizar un sistema permite esclarecer cómo debe tenerse en cuenta el movimiento dentro de él, para que precisamente no se altere, al realizar alguna modificación, la condición de sistema en sí mismo”* (Diez, T., 2008, p.20). Esas notas son:

“Totalidad: la modificación de uno(s) de los elementos comporta la modificación de los demás y su sistema.

Dinamismo: conforman una estructura funcional; son operativos (modificaciones) hacia fuera y hacia adentro (dentro del mismo sistema).

Estabilidad: admitidas las modificaciones tienden a estabilizar su dinámica.

Flexibilidad: admiten modificaciones y cambios.

Finalidad: orientación prevista o teleológica (doctrina de las causas finales).

Retroalimentación: (retroacción o feedback): autocontrol del sistema (del proceso y resultado)”

(op. cit, p.20)

Capítulo III: METODOLOGÍA

3. Enfoque metodológico

En este capítulo se presenta la base metodológica que permitió llevar a cabo este proyecto. Para ello, se define conceptual y operacionalmente la variable de estudio. Luego de aquello, se describe el tipo y diseño de la investigación, como también la población, muestra y sujetos que se consideraron en la investigación.

3.1. Definiciones Conceptuales y Operacionales

La variable de esta investigación se refiere a las “Competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente”. A continuación, se presentan las definiciones conceptuales y operacionales.

3.1.1. Definiciones Conceptuales

Para poder realizar la definición conceptual de la variable, se presentan por separado, cada uno de los conceptos que la componen.

3.1.1.1. Competencias

“Conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y valores en un contexto socio-histórico específico, que permite a la persona [...] resolver los “problemas” satisfactoriamente”. (Pimienta, 2008, p.25)

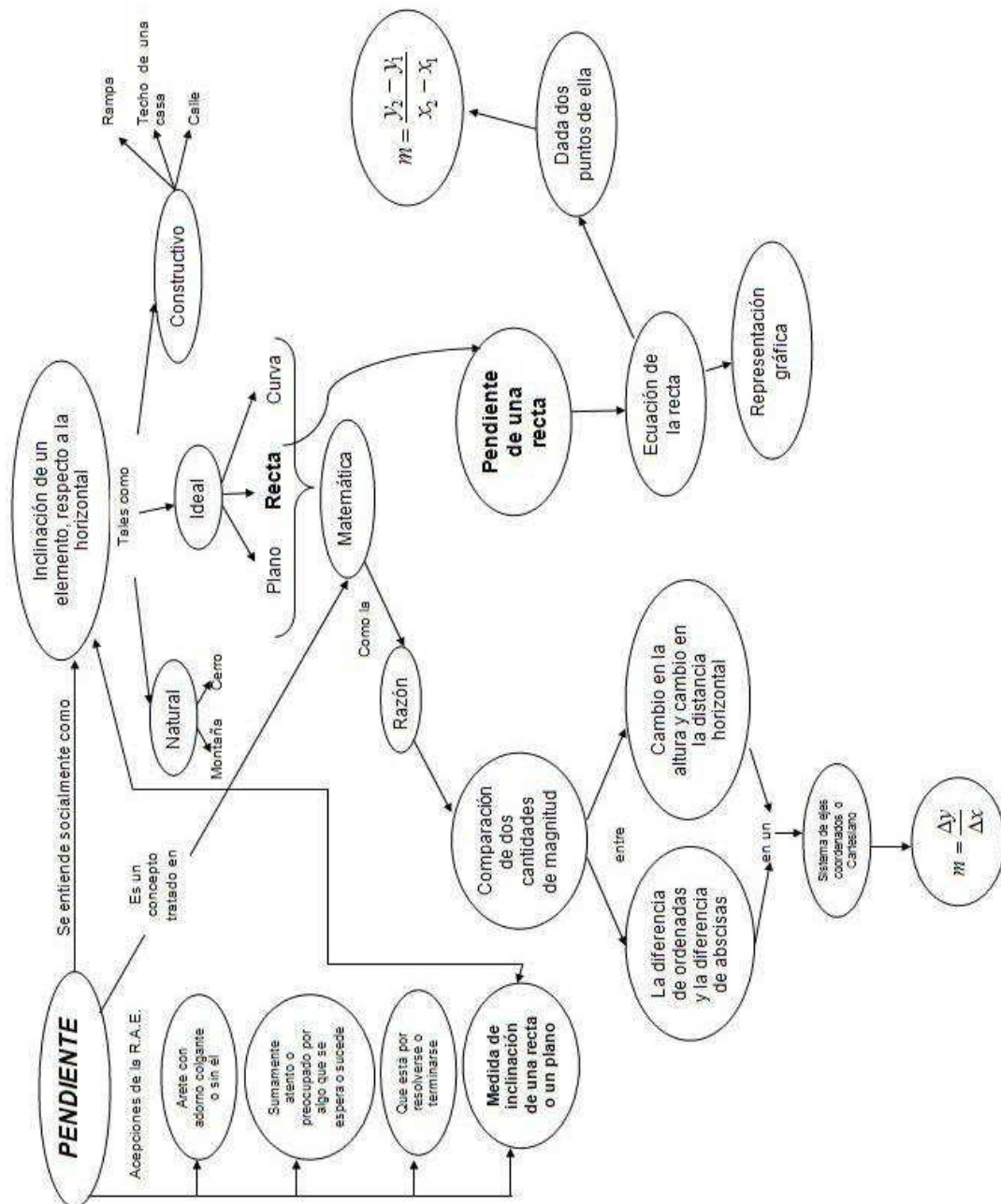
3.1.1.2. Pensamiento Variacional

“Este pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica que intenta producir mentalmente que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad.

El movimiento mental de este pensamiento tiene pues un momento de captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos, como los cambios de temperatura durante el día y la noche, de los movimientos de caída libre o tiro parabólico; luego tiene un momento de producción de sistemas mentales cuyas variables internas interactúen de manera que produzcan con alguna aproximación las covariaciones detectadas, sistemas que podemos llamar “modelos mentales”; luego tiene un momento de echar a andar o correr esos modelos mentales para ver qué resultados producen; otro de comparar esos resultados con lo que ocurre en el proceso que se trata de modelar, y si es el caso, tiene también el momento de revisar y refinar el modelo, o descartarlo y empezar de nuevo” (Vasco, 2006)

3.1.1.3. Pendiente

A continuación se presenta una red conceptual de la noción de pendiente, creada con el propósito de mostrar las concepciones que se tienen de este concepto como noción preliminar.



3.1.1.4. *Competencias de pensamiento variacional de la Noción de Pendiente*

Al tratar de llegar a una aproximación de la definición de este pensamiento, se presenta la siguiente:

Conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y valores que se movilizan para captar qué cambia y qué permanece constante en situaciones problemáticas en relación a la noción de pendiente, además de los patrones que se repiten en ciertos procesos donde se utiliza esta noción, todo esto en un contexto socio-histórico específico, para permitir a los estudiantes lograr aprendizajes significativos, y con ellos resolver los problemas satisfactoriamente.

3.1.2. Definiciones Operacionales

A continuación, se especifica cuáles fueron las actividades u operaciones que se propusieron previamente para clasificar y medir la variable definida en el punto anterior, considerando que para efectos de esta investigación, las competencias de pensamiento variacional de la noción de pendiente son expresadas a través de los descriptores de los instrumentos del sistema evaluativo configurado.

1. Clasificación de la variable: ésta se llevó a cabo realizando un listado de competencias de la noción de pendiente tratada en segundo año medio seleccionadas y modificada (cfr, p.23). En esta selección se generaron descriptores que se utilizaron como base para la elaboración del sistema evaluativo configurado.
2. Medición de la variable: esta actividad se desarrolló en las siguientes etapas:
 - a. Aplicación de cuestionario de preguntas abiertas (que se encuentra en el anexo 3), situación que permitió construir algunos de los reactivos para un test objetivo de selección múltiple y de los demás instrumentos que son parte del sistema de evaluaciones configurado. El cuestionario piloto se aplicó a 16 estudiantes de segundo año medio de un liceo Técnico profesional particular subvencionado, ubicado en la comuna de Ñuñoa.
 - b. Aplicación del test objetivo, situación que se realiza a modo de prueba a un grupo de estudiantes de segundo año medio del mismo liceo. Esta prueba se realiza para saber:
 - i. si los reactivos de este test están bien redactados y son comprensibles;
 - ii. si la diagramación y estructura del instrumento son apropiadas;

- iii. si está planteada de manera que sea un test motivador y desafiante;
 - iv. si el nivel de complejidad es el adecuado;
 - v. si el tiempo asignado para su desarrollo es el apropiado.
- c. Se levantaron las conjeturas respectivas para la secuencia y el sistema de evaluación, previamente a la aplicación en ambos casos. Este sistema se compone por los siguientes instrumentos: Test de diagnóstico, Ficha de aprendizaje, “lo que creo que se” (KPSI), Autoevaluación y post test.
- d. Aplicación de la secuencia didáctica, y concurriendo, la aplicación de los instrumentos del sistema de evaluación, para así poder validarlo. En esta etapa, el test objetivo se aplica como diagnóstico y post test en el grupo de muestra que se especificará más adelante.
- e. Se realizó un contraste entre las conjeturas realizadas y las producciones estudiantiles para validar internamente la secuencia didáctica.
- f. Se realizó un rediseño de la secuencia y el sistema evaluativo, de tal manera de dejar este nuevo diseño acorde a las observaciones realizadas durante la investigación.

3.2. Tipo de investigación y diseño

Para realizar esta investigación se considera que las modalidades clásicas como lo son la cualitativa y la cuantitativa no se ajustan. Debido a esta razón, se utilizó la investigación acción, siendo el diseño de ésta, la Ingeniería Didáctica, a través de la investigación y diseño didáctico.

3.2.1. Ingeniería didáctica

Douady describe la ingeniería didáctica como “*un conjunto de secuencias de clases concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de manera coherente por un profesor-ingeniero, con el fin de realizar un proyecto de aprendizaje para una población determinada de alumnos*” (Artigue, M. y cols., 1995, p.61).

La Ingeniería Didáctica es un instrumento metodológico para la enseñanza y la investigación, y está sustentada principalmente por dos teorías francesas: la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau y la Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard, cuya utilidad en educación matemática se refleja en el intento de generar mejores condiciones para el aprendizaje y la enseñanza.

En la Ingeniería Didáctica se relaciona y compara el rol del profesor con el de un ingeniero, ya que el maestro no tan sólo realiza la clase, sino que la prepara

al igual que un ingeniero prepara un proyecto, que en el caso del primero debe ser dirigido a un grupo específico de estudiantes, en tanto, el segundo lo dirige a un cliente o empresa.

Son cuatro las fases fundamentales que se distinguen en la elaboración de una Ingeniería Didáctica, a saber:

i. Análisis preliminar

En esta fase se establecen los objetivos específicos de la investigación, además se determinan y analizan cuáles serán los actores del sistema didáctico, además del análisis de la interrelación entre ellos. Deben ser consideradas las cuatro componentes base: la epistemológica (conocimiento matemático), la didáctica (la enseñanza de la matemática), la cognitiva (el entendimiento del aprendizaje del estudiante) y por último lo socio-cultural (que contempla la construcción del conocimiento como una serie de prácticas sociales).

En esta investigación, el análisis preliminar contempla tanto la práctica docente como al alumnado, en ambos casos se analizó cómo se encuentran estos actores antes de comenzar con la aplicación de la secuencia y, principalmente, el sistema evaluativo. Para comenzar con lo evaluativo, se incorporó un cuestionario de respuestas abiertas para conocer el entendimiento previo del alumnado, el cual se encuentra en la sección de anexos. Además se utilizó estudios previos a este, tal como lo es el Proyecto Fondecyt 1030413.

ii. Análisis *a priori* y Diseño de las situaciones didácticas:

En esta fase es necesario elegir las variables didácticas que se observarán y se precisa la manera en que serán tratadas, para ello es necesario haber realizado de manera óptima el análisis preliminar para no cometer el error de dejar sin considerar alguna variable. También, se debe establecer el objetivo relacionado con el obstáculo que se desea enfrentar. Una vez establecido lo anterior, se puede dar paso al diseño de la situación didáctica en sí, la cual debe ser una invitación y un reto a los estudiantes, para lograr que participen con más interés y dedicación en la adquisición del conocimiento a través del contenido. En consecuencia, es “*una fase tanto prescriptiva como predictiva*” (Ferrari, 2001, p. 63).

En la investigación, esta fase es fundamental, sin embargo, no se puede dar sin haber realizado de manera completa la fase anterior. Es aquí en donde la secuencia didáctica juega un papel imprescindible. Este estudio utilizó una secuencia ya validada, la cual se re-estructuró de acuerdo al análisis previo y se realizó las conjeturas previas, tomando en cuenta las conductas de entradas de los estudiantes.

iii. Experimentación

Es en el desarrollo de esta fase en la que se aplica lo diseñado en la anterior. Durante su implementación, el investigador debe controlar la aplicación de la secuencia didáctica y además debe llevar un registro para un posterior análisis de lo sucedido. “Es importante el control de las actividades y el registro de los sucesos,

pues el conocimiento y caracterización de los mismos redundará en la calidad y fidelidad de la siguiente etapa” (Ferrari, 2001, p. 63). Lo medular de este estudio radica en lo evaluativo, que se da en esta fase, de manera simultánea con la aplicación de la secuencia. Como se ha mencionado anteriormente, las reflexiones para poder dar un juicio valorativo de lo aprendido se complementan y fundamentan en el sistema de evaluaciones, el cual se aplicó a lo largo de toda la secuencia, para así tener una mirada general de lo sucedido.

iv. Análisis *a posteriori* y Validación

En esta fase se objetan o validan las hipótesis realizadas en la fase *a priori*, realizando una acabada revisión de los acontecimientos sucedidos en la fase de experimentación, para confrontarlos con los resultados esperados y así determinar en qué medida se cumplieron o cuánto se desviaron de los esperados. Es aquí cuando surge la Validación de la Ingeniería Didáctica aplicada.

En esta fase se realizó comparaciones entre las conjeturas previas y las producciones estudiantiles, además de analizar los resultados entregados por el Sistema de Evaluación.

3.3. Población de estudio

La población en estudio está formada por estudiantes de segundo año de enseñanza media de Liceos Municipales, Particulares Subvencionados y de Administración Delegada pertenecientes a la Región Metropolitana, tomando en cuenta a los últimos mencionados, son aquellos Liceos Técnicos Profesionales, sin selección de sujetos al ingreso de ellos al establecimiento.

3.4. Selección de los sujetos

La muestra fue elegida a través del método de selección no probabilístico y fue intencionada, a saber, la aplicación de la secuencia didáctica, y por ende del sistema evaluativo, se realizó con estudiantes de segundo año medio pertenecientes a un Liceo Técnico Profesional, sin selección de sujetos al ingreso, el cual se encuentra ubicado en la comuna de Ñuñoa y que es administrado por una corporación. La secuencia fue aplicada durante el segundo semestre del año 2009, en un lapso de dos o tres semanas, de acuerdo a lo planificado por el establecimiento y que se convenga con la Unidad Técnica Pedagógica de éste.

El grupo al cual se aplicó la secuencia pertenece a dos cursos, con diferentes profesoras de matemática a cargo. En cantidad entre ambos cursos, llegaba a 57 estudiantes, a los cuales se les aplicó la secuencia, sin embargo se volvió a hacer una selección de este grupo, ya que muchos de los estudiantes no respondieron toda la secuencia o no asistieron a todas las clases. Es importante mencionar que hubo un grupo de estudiantes que se descartó para el análisis y validación de la secuencia, a pesar de asistir a todas las clases, éste es un grupo de alumnos sordos, la secuencia estaba rediseñada para alumnos sin necesidades

especiales como lo son ellos. Al realizar el análisis de sus producciones, la manera de expresarse era muy confusa e inentendible en algunas ocasiones; al leer sus auto-evaluaciones, se logró observar que no entendían lo que se les pedía y eso jugó en contra en sus aprendizajes.

La muestra quedó reducida a 23 alumnos, los cuales están enumerados de manera desordenada en los análisis, debido a la razón que se entregó anteriormente.

3.5. Unidad de análisis.

La unidad que se analizó, al aplicar el diseño didáctico para la noción de pendiente (secuencia didáctica y sistema de evaluación), son las competencias de pensamiento variacional presentes en ambos componentes diseño didáctico.

3.6. Recolección de los datos

La recolección de la información de este estudio provino del acopio de las producciones escolares de los estudiantes, tanto en la secuencia didáctica y como en el sistema de evaluación. Estos están orientados al aprendizaje y desarrollo de competencias de pensamiento variacional de la noción de pendiente.

3.7. Formas de agrupación de los datos

La agrupación de los datos se hizo a través de la confección de tablas en donde se vaciaron las producciones estudiantiles según cada ítem, ya sea de la secuencia como del sistema de evaluación.

3.8. Descripción del diseño didáctico

A continuación se entrega una breve descripción del diseño didáctico, considerando de manera separada a la secuencia en sí y al sistema de evaluación. Si bien se mencionarán algunos instrumentos del sistema de evaluación al describir la secuencia, en el siguiente apartado se especificará con más detalles cada uno de ellos.

3.8.1. La secuencia didáctica

La secuencia didáctica está adecuada de aquella presente en el Proyecto Fondecyt N° 1030413, de tal manera de que los objetivos de cada sesión y de la secuencia en general, apunten a las competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente.

La secuencia didáctica se conforma por tres partes principales, y cada una de ellas de distintas fases.

La primera parte *Construyendo patrones de medida*, está subdividida en tres fases. En la fase 1 (Encontrando la magnitud en la vida cotidiana), los estudiantes deben trabajar de manera individual. Deben escribir tres frases en donde se use la palabra magnitud. Luego deben mencionar a lo menos dos magnitudes físicas que se utilicen en la vida cotidiana, como por ejemplo la temperatura, la distancia, el peso, la presión, el volumen, etc. (Duración estimada: 10 minutos).

En la segunda fase (magnitud y sus significados) los estudiantes deben trabajar en equipo. Se les entrega cuatro definiciones de la palabra magnitud. Ellos deben leerlas con atención. De las oraciones que ellos hicieron de manera individual, deben transcribirlas de acuerdo a cada definición, tomando en cuenta que si ninguno de ellos logró redactar una oración correspondiente a la definición pedida, en grupo deben inventar y anotar tres. Se les pasa una hoja en donde se entrega algunas definiciones o acuerdos de Medir, Medida, Unidad de Medida y Patrón de medida (Duración estimada: 10 minutos).

La tercera fase (construyendo un patrón de medida), está dispuesta para que los alumnos trabajen en grupo, en donde construirán una regla patrón que utilizarán en la segunda parte de la secuencia, las medidas de esta regla patrón corresponden a las del geoplano. El patrón de medida es de 2 cm aproximadamente. No es conveniente que los estudiantes conozcan este valor ya que la construirán de acuerdo a ello. El patrón de medida nace de doblar en tres partes iguales una huincha de 12 cm, luego de ello, sin desdoblarla deben volver a doblarla en 2 partes iguales, formándose seis rectángulos de 2 cm cada uno. Para la regla, deben dibujar este patrón de medida 10 veces, ya que el largo total a medir en el geoplano es de 20 cm. Utilizan esta regla patrón para medir huinchas dadas de distintas medidas. Finalmente en esta fase deben explicar con sus propias palabras lo que entendieron por Medir y Patrón de medida.

La cuarta fase, que es el plenario, se debe guiar a que los estudiantes entreguen sus definiciones grupales de medida y de patrón de medida, pueden hacerlo a través de ejemplos o explicaciones. Se llega a un acuerdo de curso de lo que es un patrón de medida, el cual puede ser a modo de ejemplo: un lápiz, un clip, una cuarta, una cantidad de magnitud que se acuerde para medir, en un contexto determinado. Es importante que los estudiantes lleguen a un acuerdo y que para la siguiente clase tengan sus reglas de patrón para su utilización.

Terminada la sesión, los estudiantes deben llenar la bitácora de aprendizaje. Esta consta de preguntas guiadoras para que ellos reconozcan lo aprendido en la sesión.

Antes de comenzar con la segunda parte, los alumnos deberán completar un nuevo instrumento de evaluación, éste es un listado de competencias y conocimientos que debieran haber logrado en instancias anteriores a la secuencia, de tal manera de contrastarlo con las ideas se generarán en la secuencia.

La segunda parte de la secuencia, *variaciones proporcionales en contextos concreto y discreto*, está subdividida en cuatro fases. La primera de ellas, *manipulando rectángulos*, tiene como objetivos: familiarizar a los alumnos y alumnas con la manipulación del geoplano, para la construcción de rectángulos proporcionales; medir con el patrón de medida construido, los lados de los

rectángulos proporcionales; e identificar la diagonal de cada uno de ellos. En primer lugar, se les solicita a los estudiantes que experimenten, en grupos, en la construcción de rectángulos en el geoplano utilizando elásticos de diferentes colores. Además, deben identificar las diagonales de cada uno de ellos, marcándolas con elásticos también. Luego, deben medir largo y ancho de cada uno de ellos (se especifica cuál lado del rectángulo se entiende por largo y cuál por ancho en la secuencia), esta medición deben realizarla con la regla patrón construida. Debido al posterior desarme de los rectángulos, los alumnos deben dibujar cada uno de ellos, manteniendo formas y posiciones.

Una vez terminada la primera fase, se comienza con la segunda de ellas, *estirando la diagonal*. En primera instancia, deben ponerse de acuerdo como grupo para elegir uno de los rectángulos hechos en la fase anterior. Al limpiar el geoplano, deben replicar el rectángulo elegido desde la esquina inferior izquierda del geoplano, y marcar con un elástico la diagonal. Luego, deben construir cuatro rectángulos más, con dos condiciones que se les entrega escritas: todos deben partir de la misma esquina inferior izquierda y las diagonales principales de estos deben coincidir con la del primero. Al igual que antes, deben traspasar a un dibujo los nuevos rectángulos, y luego, utilizando la regla patrón, medir sus lados, anotando estos valores en la tabla n°2. Como el trabajo es en grupo, deben ahora analizar estos valores y observar si tienen alguna relación, anotando la respuesta. Es importante que si el docente logra observar que los rectángulos proporcionales no logran serlo, debido a la mala construcción de ellos en el geoplano, debe guiar al grupo de tal manera que no se desvirtúe la actividad.

En la tercera fase, *identificando regularidades*, los alumnos deben trabajar en base a los valores de la tabla n°2 de la fase anterior, y en primer lugar deben explorar regularidades que se den en los valores. Para proseguir con la actividad, seguirán trabajando con el uso de tablas. En la tabla n°3 deberán anotar, de menor a mayor tamaño, los valores del ancho y el largo de los cinco rectángulos. Luego, deberán llenar el resto de la tabla, multiplicando ancho por largo y largo por ancho, dividiendo ancho por largo y largo por ancho. Al terminar con los cálculos solicitados, deben observar qué sucede en cada columna. La proporción entre los rectángulos se logra observar al dividir los valores, y el docente debe estar atento a que los resultados se logren, es decir, si observa que están realizando otro procedimiento, debe intervenir y ayudar o guiar para que se logre el objetivo. Luego deben llenar la tabla n°4 para observar la proporción interna de cada rectángulo, la cual se mantiene. Para ello deben multiplicar y dividir la medida del ancho de un rectángulo con el del siguiente, lo mismo para la medida del largo del rectángulo con el siguiente; deberán observar y especular, entregando fundamentos, qué sucede en las columnas esta vez.

Para resumir, se entregan algunas oraciones que deben completar, las cuales tienen la función de orientar y reorganizar las ideas de los estudiantes. Ellas orientan a describir las similitudes y diferencias de los rectángulos, y la última de ellas, hace un resumen de las características de estos rectángulos, explicando que serán las de una familia de rectángulos. El profesor deberá interferir como guía si estas oraciones son completadas con ideas que alejan al estudiante de la idea de proporción.

La última fase es el plenario, en donde los alumnos deben exponer las características que encontraron para esa familia de rectángulos que construyeron. Deberán, como grupos curso, nombrar a esta familia con un nombre en especial. En esta fase, la intervención del docente debe orientar e institucionalizar la inclinación de la diagonal, como elemento clave para la obtención de una familia de rectángulos proporcionales. Además, deberá incluir ideas como que esa familia en especial se llama rectángulos proporcionales, y la inclinación de la diagonal es la razón constante de proporción. También deberá indicar que las razones internas y externas serán iguales en un determinado orden, con dos órdenes posibles.

Al igual que en la primera parte, al finalizar la segunda, los alumnos deberán completar su bitácora de aprendizaje (de desarrollo de pensamiento), que contiene las mismas preguntas orientadoras.

La siguiente sesión, comienza con el listado de aprendizajes previos que los mismos alumnos deben reconocer (KPSI).

La tercera parte de la secuencia, *la diagonal y la recta que la sustenta*, tiene como objetivos que el alumno logre extender la idea de inclinación de una diagonal, a la de una recta, con la utilización del programa Excel de Microsoft Office.

En la primera fase, *inclinación de la diagonal*, deben trabajar en un computador, en lo posible de manera individual o en dúos. En cada computador, de manera previa, se copia el archivo para que no se pierda tiempo en estar copiándolo en el momento en que trabajarán los alumnos. Este archivo, llamado secuencia.xsl, se encuentra dispuesto de tal manera que los datos y fórmulas ingresadas no sean cambiadas por los alumnos debido a alguna mala manipulación. Las celdas que deben ser llenadas con los datos se encuentran liberadas para la manipulación de ellos. La primera actividad tiene como objetivo la familiarización y exploración del archivo, en donde deben probar con valores distintos para: la ubicación del vértice inferior izquierdo (coordenadas) del rectángulo, la medida de la base y la medida de la altura. Una vez ingresados los datos, pueden abrir una nueva hoja en donde se graficará el rectángulo con aquellas características, marcando la diagonal principal, la recta que la identifica, la medida de la diagonal y la razón entre la altura y la base (pendiente).

Una vez que han experimentado, deben completar la tabla n°5. Para completar esta tabla, deben mantener los valores de las coordenadas del vértice inferior izquierdo y la medida de la base, es decir, solo deben hacer variar la medida de la altura; para luego anotar los datos solicitados (razón altura:base y medida de la diagonal). Luego de completarla, deben observarla y explicar qué sucede al hacer variar solo la altura, se les debe guiar a que pongan especial atención a la razón, más que a la medida de la diagonal, este último dato se pidió para que se dieran cuenta que la inclinación de la diagonal no depende de la medida de ésta. Se realiza la misma actividad, pero esta vez haciendo variar sólo la medida de la base. Al terminar con la explicación, deben leer la frase que les indica que la razón es diferente en este grupo de rectángulos, en oposición a la familia de rectángulos formados en el geoplano. Con esta idea se intenta orientar a la obtención de la noción de pendiente

Luego, se les explica que un cuadrado es un rectángulo especial, en donde

la medida de sus lados es la misma. Para que observen qué sucede con la inclinación de la diagonal, se les solicita que experimenten con cuadrados en el computador. Se les presenta preguntas orientadoras, como ¿qué sucede con la medida de las diagonales de ellos?, ¿cómo es la razón entre los lados de estos cuadrados? ¿por qué?. La idea es que ellos logren asociar que en los cuadrados la razón siempre será la misma, es decir, uno. Para concretizar la nueva idea, deberán dibujar en una hoja entregada con ese propósito, rectángulos que tengan la misma razón y deberán responder qué sucede esta vez, qué otro elemento comparten, y que redacten alguna conclusión de lo vivido en esta fase. Nuevamente el docente debe estar atento para orientar a los estudiantes que no logren concretizar ideas o simplemente para aquellos que se centralicen en aspectos no fundamentales para la secuencia.

La tercera fase es un desafío a la investigación, en éste deberán averiguar características del rectángulo áureo, y con ello la relación entre la medida de la pendiente de la diagonal con el número áureo. Para hacer más atractivo el desafío, se menciona a este rectángulo como el más bello y además de describir deberán investigar qué objetos se construyen en base a él y por qué creen ellos que se hace. Finalmente, para evaluar si lograron entender el concepto, se les solicita que dibujen un rectángulo áureo.

En la última fase, que es el plenario, deberán comentar, como curso, las características de los rectángulos construidos en Excel, y se construyen características generales. Es importante que con la ayuda del docente se logre generalizar la idea de pendiente como una variación proporcional, es decir la razón de las diferencias de las ordenadas y la diferencia de abscisas. Si bien, al llevar el rectángulo al sistema de ejes coordenados, se puede ver con más claridad esta razón, se debe dejar claro a los alumnos que esto es debido a que se puede asociar más fácilmente a algo con lo cual estén familiarizados. Se debe aclarar que la pendiente está más bien asociada a la recta o a segmentos de ésta, y debido a ello es que se puede asociar a planos en la vida cotidiana (al visualizar la realidad en una perspectiva de dos dimensiones) como por ejemplo: la inclinación de calles, de techos, etc.

3.8.2. El sistema de evaluación

A continuación se presentan los objetivos y especificaciones de cada instrumento que conforman el Sistema evaluativo. En el apartado de anexos se presentan distintas tablas de especificación, de acuerdo a dimensiones que evalúa (saber hacer, saber, ser, saber ser y hacer con otros), al agente que evalúa (el mismo estudiante, un par, el docente), ámbitos de evaluación (procedimental cognitivo, afectivo emocional, valorativo y actitudinal), función evaluativa (diagnóstico, formativa o sumativa) y temporalidad (inicial, intermedia o final)

3.8.2.1. Test diagnóstico

El objetivo general del test de diagnóstico es movilizar competencias del pensamiento variacional de la noción de pendiente al resolver problemas que involucran situaciones de cambio o variación, en estudiantes de segundo año

medio, previamente a vivir la secuencia. Este test consta de diecisiete ítems, de los cuales quince son de opción múltiple con cuatro posibles respuestas, identificadas con las letras a, b, c y d, respectivamente. Los dos ítems restante son de desarrollo, diseñados para conocer la opinión que tiene el estudiante, a nivel afectivo, de lo hecho y aprendido, además de entregarle la posibilidad de expresarse e intentar describir lo que entendió.

Muchos de los alternativas o reactivos fueron creados a partir de las mismas respuestas que entregaron los estudiantes al momento de aplicar un cuestionario exploratorio con preguntas abiertas a un grupo con características similares.

3.8.2.2. *Ficha de aprendizaje*

Este instrumento tiene como objetivo principal reconocer el desarrollo de pensamiento que va logrando el estudiante a lo largo del proceso de la secuencia. En esta ficha se incluyen preguntas de diferentes dimensiones, para ello se les solicita que expresen y argumenten lo hecho en la sesión, respecto a: el saber, qué aprendió resolviendo el problema; el saber hacer, qué hizo para resolver el problema; el ser, en un sentido emocional (cómo se sintió resolviendo el problema) y cognitivo (de qué cree que se habló en la sesión); el saber hacer y ser con otros, cómo se sintió resolviendo el problema con el grupo, cómo se lo explicaría a otro compañero.

Esta bitácora, o ficha de aprendizaje, se entrega al finalizar la primera y la segunda parte de la secuencia. Es importante que los alumnos expresen con sinceridad lo que sienten, ya que de esa forma se puede mejorar aspectos de cualquier índole a la secuencia.

3.8.2.3. *“Lo que creo que sé” o KPSI*

El KPSI (Knowledge and Prior Study Inventory) se entenderá como un instrumento de evaluación diagnóstico puntual y de aspecto auto evaluativo, ya que a través de una tabla con contenidos referentes a lo que tratará la sesión, cada alumno marcará lo que cree que conoce de ellos. El estudiante tendrá la posibilidad de elegir una de las cuatro opciones, categorizadas con números del 1 al 4, en donde el menor de ellos refleja el no saber o conocer el tema, luego se encuentra el saber algo del tema, seguida por saber del tema pero no saberlo explicar, y finalmente se encuentra la opción de saber del tema y además sentirse capaz de explicárselo a otro.

Este instrumento se aplica al comienzo de la segunda y la tercera parte de la secuencia. Es totalmente relevante que el estudiante responda después de una reflexión profunda, ya que de esa manera podrá ir relacionando los contenidos presentes en el KPSI con los que irá conociendo en la secuencia.

3.8.2.4. *Autoevaluación*

Se implementó una autoevaluación previa a la aplicación del post-test. El objetivo de ésta, fue que el alumno hiciera una retrospección de su propio trabajo durante el desarrollo de ella, aportando a su metacognición en la medida que el estudiante pudo darse cuenta de sus entendimientos en los distintos temas de la secuencia. En este instrumento se les presenta a los alumnos, en una tabla de doble entrada, quince conductas o rasgos que deben analizar de sí mismos. A continuación de cada conducta se encuentran cinco celdas, las cuales deben marcar según la categoría que ellos creen que corresponde en esa conducta. Las opciones o categorías son: 1 nunca, 2 casi nunca, 3 a veces, 4 casi siempre, 5 siempre.

En el listado, las conductas se categorizan de acuerdo a las dimensiones que evaluará el propio alumno. El primer grupo corresponde al ámbito del saber ser, en donde él estima la frecuencia con que presentó responsabilidad, calidad en la presentación del trabajo y honestidad. El segundo grupo corresponde al saber hacer, en donde las conductas se orientan a lo hecho, con iniciativa propia, para lograr aprender de la secuencia. Un tercer grupo se encuentra en saber ser y hacer con otros, específicamente con los compañeros, es decir trabajo colaborativo, empático y en equipo. El cuarto grupo apunta al saber, y cómo relacionó y extrapoló contenidos con la vida real, y además de la comprensión del problema.

3.8.2.5. *Post-test*

El post-test tiene como objetivo movilizar competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, en alumnos que vivieron la secuencia. Es un instrumento construido especialmente para contrastar el avance de las competencias adquiridas y en desarrollo durante la secuencia, de manera de relacionar la respuesta previa a la secuencia (diagnóstico) y la entregada en esta evaluación. A diferencia del test diagnóstico, este es un instrumento de preguntas abiertas, en donde en cada respuesta el alumno debe fundamentar, y si es posible dar ejemplos.

Consta de 14 ítems similares a los del test diagnóstico, los cuales fueron adecuados para entregar la información necesaria y que el alumno responda entregando pistas de el desarrollo de su pensamiento variacional.

3.9. **Validez y confiabilidad del diseño didáctico**

3.9.1. **Validez del diseño didáctico**

Respecto de la validez del diseño didáctico (secuencia didáctica y sistema de evaluación), que se refiere al grado en que el instrumento realmente mide lo que pretende medir, se controlaron los siguientes tipos de validez:

Validez de contenido: se controló mediante la tabla de especificaciones para el test diagnóstico y el post-test, las cuales tienen en sus columnas: Competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, el reactivo o ítem, y

finalmente el objetivo de éste. Además, para el diseño completo, se realizó la validez de contenido a través del juicio de expertos.

Validez de criterio: se trabajó aplicando la prueba de diagnóstico como una prueba piloto, en otro segundo año medio. Se tuvo la precaución que los estudiantes a los que se aplicó la prueba piloto tuvieran características semejantes a los del estudio. Esta prueba permitió saber si las instrucciones del instrumento se comprenden y si los ítems funcionan de manera adecuada, además de aplicar la prueba piloto se conversará con los estudiantes para recoger las opiniones con respecto al cuestionario y al contexto de aplicación. Además se aplicó el cuestionario de preguntas abiertas a estudiantes con características similares, para obtener las concepciones de pendiente que tienen antes de aplicar el diseño didáctico.

Validez de constructo: en este aspecto, se fue relacionando directamente el marco teórico de la tesis y el sistema de evaluación, esto al relacionar las competencias del pensamiento variacional de la noción de pendiente y los ítems del los distintos instrumento del sistema y los ítems de la secuencia.

Validez interna cualitativa: se validó respecto a este aspecto ya que el investigador no interfirió en la aplicación del diseño didáctico, intentando no interferir con creencias que distorsionaran la interpretación y análisis de las producciones estudiantiles.

Las tablas de especificación, que se realizaron para validar contenido son las siguientes:

Test Diagnóstico

Competencia de pensamiento variacional y de la medida	Reactivo o ítem	Objetivo del reactivo
Reconoce el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud.	Una magnitud en física es:	Conocer el concepto que tiene el estudiante de una magnitud física, previamente a la manipulación del geoplano
Realiza y describe procesos de medición con patrones estandarizados para la longitud, de acuerdo al contexto.	La acción de medir una longitud consiste en	Conocer la concepción de la acción de medir que tiene el estudiante, previamente a realizar esta acción en la secuencia
Realiza y describe procesos de medición con	Un patrón de medida es:	Conocer si el estudiante conoce qué es un patrón

patrones.		de medida
Reconoce elementos secundarios en cuadriláteros.	La diagonal de un rectángulo es	Reconocer la concepción del estudiante de la diagonal del rectángulo, previamente a manipular diagonales de rectángulos en el geoplano
Interpreta y relaciona el concepto de pendiente, de acuerdo al contexto en que se utilice.	En la frase “El <u>pendiente</u> que compré lo utilizaré en la fiesta” la palabra subrayada se refiere a	Conocer la gama de significados que reconoce el estudiante del concepto pendiente
	En la frase “El trabajo quedará <u>pendiente</u> para la próxima clase” la palabra subrayada se refiere a:	
	En la frase “Algunos de los caminos del Cerro San Cristóbal tienen una <u>pendiente</u> muy pronunciada” la palabra subrayada se refiere a:	
	En la frase “Debo estar <u>pendiente</u> de lo que suceda en clases” la palabra subrayada se refiere a:	
Compara y clasifica figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos,	De las siguientes afirmaciones ¿cuál o cuáles son características de una familia de	Conocer si el estudiante reconoce características de una familia de

vértices) y características. Clasifica polígonos en relación con sus propiedades.	rectángulos? Los rectángulos: I. Deben tener sus lados de las mismas medidas, y con ello, las mismas medidas de perímetro y área II. Deben tener sus lados proporcionales, y con ello, área y perímetro proporcionales también III. Deben compartir la diagonal, es decir, sus diagonales se encuentran en una misma línea	rectángulo
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	Miguel puso una rampa para lanzarse en bicicleta sobre un cajón de madera, de tal manera de que tuviera la mayor inclinación posible ¿cuál de los siguientes cajones utilizó?	Reconocer si el estudiante logra relacionar de manera correcta la inclinación de un plano con la variación de la ordenada en la pendiente de ésta (dejando fijo el valor de la abscisa)
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	En un campamento se dispone sólo de un árbol, y el grupo de campistas necesita amarrar una cuerda desde lo más alto del árbol hasta el suelo, para poder colgar su ropa. Si la cuerda posee una inclinación mínima la ropa resbala menos ¿En qué punto conviene ubicar el otro extremo de la cuerda?	Reconocer si el estudiante logra relacionar de manera correcta la inclinación de un plano con la variación de la abscisa en la pendiente de ésta (dejando fijo el valor de la ordenada)
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones	En la imagen, se encuentra el proyecto que tiene Juan para armar el techo de la casa de su	Reconocer si el estudiante logra relacionar de manera correcta la inclinación de

(diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	perro. Marca la alternativa que ordene los techos considerando la mejor inclinación para que el agua fluya más rápido.	planos (respecto a la horizontal) con la variación, en la pendiente de ellos
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	Priscila, Ricardo y Diego son los finalistas de un juego deportivo, el cual consiste en lanzar una jabalina (vara de madera). Cada uno elige el tamaño de su jabalina. Gana quien la deje clavada con menor pendiente respecto al suelo. El dibujo que se muestra grafica la situación ¿Quién ganó la competencia?	Reconocer si el estudiante logra relacionar la pendiente con la inclinación de una recta con el horizonte. Además de reconocer si discrimina la opción de que la longitud del trazo se encuentra relacionada con la pendiente de la misma
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	Se ilustra la relación de costo del pan en tres panaderías distintas (eje ordenada la masa en kg, eje de las abscisas el precio en pesos). De acuerdo a esta información, es cierto que:	Reconocer si el alumno logra relacionar las variables de los ejes, de tal manera de que el orden de ellos, interviene en la interpretación del gráfico.
Identifica y utiliza diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una línea recta (o curva) que	De las siguientes afirmaciones sobre la pendiente de una recta, señale cuál (o cuáles) es (son) verdadera	Reconocer en el estudiante la capacidad de relacionar el concepto de pendiente con otras representaciones como la

representa en el plano cartesiano situaciones de variación.	(verdaderas): I. Cantidad representada por el coeficiente de la variable en la ecuación principal de la recta II. Valor del ángulo de inclinación de la recta respecto del eje horizontal III. Razón entre los cambios de ordenadas respecto de los cambios de abscisas en su gráfico	algebraica, la geométrica y como razón de cambio.
Identifica relaciones numéricas entre distintas unidades utilizadas para medir longitudes. Usa lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.	Una empresa de construcción, desea instalar otro teleférico por la parte posterior del cerro San Cristóbal. Para ello, se dibujó una primera idea de lo que se desea hacer, tal como se muestra a continuación: (se ilustran rectángulo de diferentes medidas, en donde la diagonal es el trazo a construir). Cada rectángulo, a través de su diagonal, muestra algunos trazos de la instalación ¿Cuál crees tú que será el trazo más difícil de instalar? ¿y el trazo que menos dificultad se tendrá en la instalación? Fundamenta tu respuesta.	Reconocer la capacidad de los estudiantes de hacer relaciones entre lo gráfico y lo algebraico, escribiendo en lenguaje algebraico esta relación. También se pretende observar la capacidad de fundamentación que tiene cada uno de ellos.
Identifica relaciones numéricas entre distintas unidades utilizadas para medir longitudes. Identifica relaciones entre propiedades de las	De la pregunta anterior, el ingeniero a cargo necesita expresar la idea en un plano cartesiano, y además, tener un resumen de ello para tener una visión general	Reconocer si el alumno hace relación entre lo algebraico y lo geométrico, desde la ilustración anterior, reconociendo su capacidad de

gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Usa lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. Identifica y utiliza diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una línea recta (o curva) que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.	de la situación. Identifica cada recta con la diagonal de cada rectángulo, considerando la inclinación de ella.	fundamentación.
--	--	------------------------

Post-test.

Competencia de pensamiento variacional y de la medida.	Reactivo o ítem	Objetivo del reactivo
Reconoce el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud.	¿Qué es una magnitud física? Responde utilizando tus propias palabras y entregando ejemplos.	Conocer el concepto que tiene el estudiante de una magnitud física, después de aplicada la secuencia.
Realiza y describe procesos de medición con patrones estandarizados para la longitud, de acuerdo al contexto.	¿En qué consiste la acción de medir una longitud? Entrega ejemplos.	Conocer la concepción de la acción de medir que tiene el estudiante, posteriormente a la aplicación de la secuencia.
Realiza y describe procesos de medición con patrones.	¿Qué es un patrón de medida?	Conocer si el estudiante conoce qué es un patrón de medida, una vez aplicada la secuencia.
Reconoce elementos secundarios en	¿Qué es la diagonal de	Reconocer la concepción del estudiante de la

cuadriláteros.	un rectángulo?	diagonal del rectángulo, una vez aplicada la secuencia y manipulados los rectángulos.
Reconoce elementos secundarios en cuadriláteros.	Dibuja la diagonal principal de los siguientes rectángulos	Observar si el alumno relaciona su propia concepción verbal de la diagonal de un rectángulo con su concepción gráfica.
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano). Interpreta y relaciona el concepto de pendiente, de acuerdo al contexto en que se utilice.	Inventa tres oraciones en donde se encuentre la palabra pendiente, entendida como “Medida de la inclinación de una recta o de un plano”	Conocer si logró relacionar el concepto de pendiente con la definición más cercana al pensamiento variacional de la RAE, a través de la redacción de tres frases en donde aparezca en este contexto la palabra.
Compara y clasifica figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.	De las siguientes afirmaciones, justifica si corresponden o no a características propias de una familia de rectángulos.	Conocer si el estudiante reconoce las características de una familia de rectángulo, fundamentando su respuesta para conocer la capacidad de

Clasifica polígonos en relación con sus propiedades.	a) Deben tener sus lados de las mismas medidas, y con ello, las mismas medidas de perímetro y área b) Deben tener sus lados proporcionales, y con ello, área y perímetro proporcionales también. c) Deben compartir la diagonal, es decir, sus diagonales se encuentran en una misma línea.	argumentación tienen los estudiantes.
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	Pablo puso una rampa sobre un cajón de madera para lanzarse en patines. Dibuja tres posibilidades, considerando que tiene cajones de distintas alturas y la rampa es la misma. Fundamenta cuál de ellas es la más conveniente	Reconocer si el estudiante logra relacionar de manera correcta la inclinación de un plano con la variación de la ordenada en la pendiente de ésta (dejando fijo el valor de la abscisa)
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	De acuerdo a la pregunta anterior, dibuja tres posibilidades, pero esta vez considerando que dispone de rampas de distintas longitudes y un solo cajón. Fundamenta cuál es la peor opción.	Reconocer si el estudiante logra relacionar de manera correcta la inclinación de un plano con la variación de la abscisa en la pendiente de ésta (dejando fijo el valor de la ordenada)
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	En la siguiente imagen, se encuentra el proyecto que tiene Juan para armar el techo de la casa de su perro. Ordena las casas considerando la mejor inclinación del	Reconocer si el estudiante logra relacionar de manera correcta, una vez aplicada la secuencia, la inclinación de planos (respecto a la horizontal)

	techo para que el agua fluya más rápido.	con la variación, en la pendiente de ellos
Describe y representa situaciones de cambio y variación en diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales, tablas y gráficos en el plano cartesiano).	Priscila, Ricardo y Diego son los finalistas de un juego deportivo, el cual consiste en lanzar una jabalina (vara de madera). Cada uno elige el tamaño de su jabalina. Gana quien la deje clavada con menor pendiente respecto al suelo. El dibujo que se muestra a continuación grafica la situación ¿Quién ganó la competencia? Fundamenta tu respuesta.	Reconocer si el estudiante logra relacionar la pendiente con la inclinación de una recta con el horizonte. Además de reconocer si discrimina la opción de que la longitud del trazo se encuentra relacionada con la pendiente de la misma. Ambas de manera posterior a la aplicación de la tesis
Identifica y utiliza diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una línea recta (o curva) que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.	De las siguientes afirmaciones, justifica en cada uno de los casos si corresponde o no a la pendiente de una recta a) Cantidad representada por el coeficiente de la variable en la ecuación principal de la recta b) Valor del ángulo de inclinación de la recta respecto del eje horizontal c) Razón entre los cambios de ordenadas respecto de los cambios de abscisas en su gráfico	Reconocer en el estudiante la capacidad de relacionar el concepto de pendiente con otras representaciones como la algebraica, la geométrica y como razón de cambio, posteriormente a la aplicación del diseño didáctico.
Identifica relaciones numéricas entre distintas unidades utilizadas para medir longitudes. Usa lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.	Una empresa de construcción, desea instalar otro teleférico por la parte posterior del cerro San Cristóbal. Para ello, se dibujó una primera idea de lo que se desea hacer, tal como se muestra a continuación: (se muestra la ilustración de la situación,	Reconocer la capacidad de los estudiantes de hacer relaciones entre lo gráfico y lo algebraico, escribiendo en lenguaje algebraico esta relación. También se pretende observar la capacidad de fundamentación que tiene cada uno de ellos.

	representando con rectángulos cada una, en donde la diagonal es el trazo a construir) Cada rectángulo, a través de su diagonal, muestra algunos trazos de la instalación ¿Cuál crees tú que será el trazo más difícil de instalar? ¿y el trazo que menos dificultad se tendrá en instalación? Fundamenta tu respuesta.	
Identifica relaciones numéricas entre distintas unidades utilizadas para medir longitudes. Identifica relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Usa lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. Identifica y utiliza diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una línea recta (o curva) que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.	De la pregunta anterior, el ingeniero a cargo necesita expresar la idea en un plano cartesiano, y además, tener un resumen de ello para tener una visión general de la situación. Identifica cada recta con la diagonal de cada rectángulo, considerando la inclinación de ella.	Reconocer si el alumno hace relación entre lo algebraico y lo geométrico, desde la ilustración anterior, reconociendo su capacidad de fundamentación, posteriormente a la aplicación del diseño didáctico.

(Las competencias de pensamiento de la medida o pensamiento métrico y las de pensamiento variacional, fueron extraídas desde Ministerio de Educación Nacional, 2006)

3.9.2. Confiabilidad del diseño didáctico

La confiabilidad de un instrumento se refiere a la estabilidad de sus mediciones. Es decir, un instrumento es confiable si, aplicado a la misma persona en momentos diferentes o por entrevistadores diferentes, el resultado obtenido es el mismo, siempre y cuando no existieran factores externos que cambien los

resultados.

La confiabilidad del diseño didáctico, específicamente del sistema de evaluación, no se logró en este estudio. La razón de ello es que debió haberse analizado la confiabilidad de cada uno de los instrumentos en el semestre lectivo anterior a la aplicación de diseño, y por la naturaleza de este trabajo, no todos los instrumentos podían someterse a análisis de confiabilidad. Sin embargo, este aspecto fue reemplazado por la validez ecológica de los mismos (sin autor, 2004).

La validez ecológica, para efectos de este estudio, se entiende como la creación, adecuación y aplicación de cada instrumento de evaluación a medida que la misma secuencia didáctica lo solicitaba, es decir, se construyó gran parte del sistema de evaluación en relación a lo que la secuencia iba tratando.

Capítulo IV: Resultados y análisis de los resultados

4. Descripción de los resultados

En este apartado se describirán las producciones estudiantiles expresadas de manera general, por cada actividad abordada en la secuencia didáctica y en el sistema de evaluación.

4.1. Conjeturas

En el diagnóstico, la gran mayoría de los ítems (exceptuando los últimos dos) son de opción múltiple, teniendo a disposición cuatro alternativas para ser respondida por los alumnos. La primera está referida saber qué es una magnitud física, lo esperado es que marquen la alternativa a (una propiedad física de un objeto que puede ser medida) ya que relacionarán el objeto con el aspecto físico. Algunos alumnos no harán caso omiso de la especificación de “física” y responderán erróneamente. El siguiente ítem se refiere conocer en qué consiste la acción de medir una longitud, la respuesta correcta es la alternativa b (Determinar las veces que cabe una longitud patrón en la longitud que se mide), sin embargo, debido al poco manejo de vocabulario que tienen los alumnos y al uso cotidiano que se le da equívocamente al concepto, probablemente algunos responderán equívocamente.

Se desea conocer si los estudiantes tienen incorporada la idea de patrón de medida, en el ítem siguiente se les plantea que relacionen las oraciones de las alternativas con el concepto. La respuesta correcta es la C (cantidad de magnitud acordada), pero al igual que en el caso anterior, hay aspectos como vocabulario de los estudiantes y cotidianeidad en el uso de las palabras, lo cual hace probable la equivocación de los estudiantes en la respuesta.

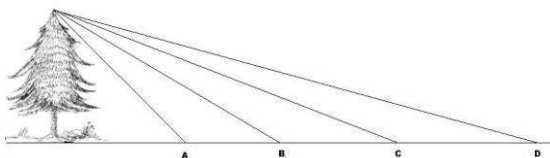
Para continuar, se presenta un ítem en donde deben reconocer qué es la diagonal de un rectángulo, la alternativa correcta es la d (Segmento que une dos vértices opuestos -no contiguos- del rectángulo). Es posible que no conozcan la diferencia entre segmento y línea, por lo que algunos cometerán el error de marcar otra alternativa.

En los siguientes cuatro ítems, se les presenta una oración en donde la palabra pendiente se encuentra presente, en cada una de ellas en un contexto diferente, ellos deben identificar a cual se refiere (las alternativas son algunas de las definiciones extraídas desde www.rae.es en agosto de 2009). La primera deben relacionarla con “arete con adorno colgante”, la segunda con “que están por resolverse o terminarse”, la tercera oración está relacionada con “medida de la inclinación de una recta o de un plano”, y finalmente la última tiene relación con “sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede. Las alternativas de estos ítems son las mismas, lo que cambia es la contextualización que se le da en la oración a la palabra pendiente.

En el desarrollo del test diagnóstico se encuentra un ítem al que no se le hizo conjeturas debido a contener un error de escritura al entregar el documento a los estudiantes, lo cual se explica en base a transcribir mal las alternativas e imprimirlo de inmediato. En él, se presentaban tres posibles características de una familia de rectángulos, y en las alternativas no se presenta la correcta.

En el ítem siguiente, se les presenta una situación en donde deberán identificar la pendiente de una rampa para deslizarse en bicicleta, las opciones son cuatro cajones con la rampa con diferentes inclinaciones, la que se cree que marcarán la opción correcta, aquella que tiene mayor inclinación, sin embargo es posible que marquen alguna opción con menor inclinación debido a la seguridad de quién se lance.

Siguiendo con la contextualización, ahora se presenta el siguiente dibujo

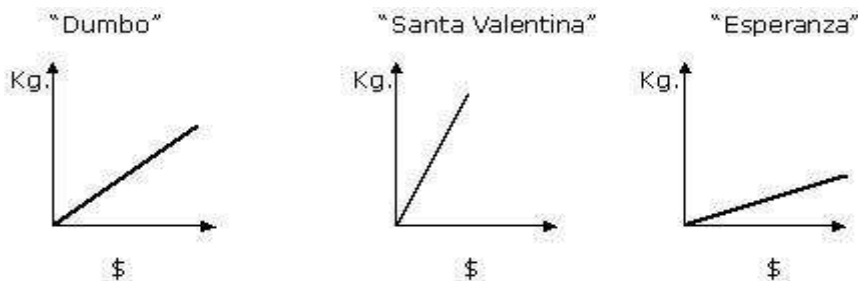


Aquí deben encontrar el punto en el que al colgar ropa resbale menos esta, es decir, la cuerda con menor inclinación. La respuesta elegida se cree que será la más lejana, es decir en el punto D.

Otro ítem en donde se contextualiza la idea de pendiente, es en la construcción de una casa de perro, se les presenta tres imágenes de la misma casa con techos de distinta inclinación, ellos deberán ordenar las imágenes de manera que el agua de lluvia fluya más rápido. La opción que marcarán es la que tiene el techo con más inclinación en primer lugar, la media y la de más baja inclinación.

Luego, se les presenta una imagen que representa tres varas que fueron lanzadas por tres personas diferentes, Priscila, Ricardo y Diego. Las tres tienen la misma inclinación, mostrando el ángulo que se forma entre ella y el suelo. Lo que cambia y puede que distraiga la atención de los alumnos, es el tamaño. Se les pregunta quién gana, si para ganar debe tener la menor inclinación. Algunos marcarán la alternativa que refiere a un triple empate. Otros se guiarán por la magnitud de la vara y responderán erróneamente.

Para conocer su capacidad de observación de los valores que varían para dar la inclinación al trazo de recta presente en un eje coordenado, deberán identificar cuál es la opción que representa mejor la situación de venta de pan en tres panaderías, extrayendo información de los gráficos:



- El pan en Esperanza es el de mayor precio
- El pan en Santa Valentina es más caro que el de Esperanza.
- El pan en Dumbo es más caro
- El pan en Dumbo es más barato que en Santa Valentina.

Se cree que marcarán la correcta, alternativa A, sin embargo muchos

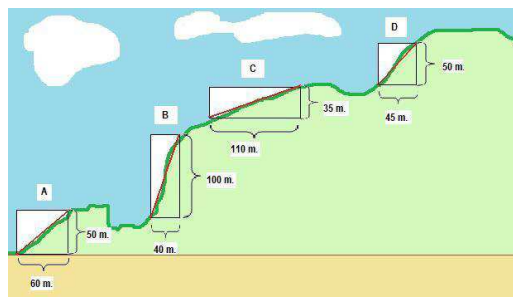
responderán sin observar bien la información, marcando alguna alternativa incorrecta.

El siguiente ítem se invalidó, debido a que la información entregada en la secuencia didáctica, por falta de tiempo, no alcanzó a desarrollar uno de los contenidos. El reactivo presentaba tres afirmaciones, que los alumnos debían reconocer y señalar cuáles de ellas eran verdaderas respecto a la pendiente de una recta, las afirmaciones eran las siguientes:

- I. Cantidad representada por el coeficiente de la variable en la ecuación principal de la recta
- II. Valor del ángulo de inclinación de la recta respecto del eje horizontal
- III. Razón entre los cambios de ordenadas respecto de los cambios de abscisas en su gráfico

La afirmación que invalidó el ítem es la primera, además de no encontrarse explicada de manera clara. Si se descartara ésta como verdadera, la única afirmación correcta es la III, y la opción no se encontraba entre las alternativas

Los últimos dos ítems, no son de opción múltiple, dando el espacio para fundamentar. Ambas tienen relación con la misma contextualización. El problema radica en la instalación de un nuevo teleférico en el Cerro San Cristóbal, marcando con rectángulos algunos trazos, en donde deben observar la variación entre el trazo horizontal y el vertical, para saber la pendiente de la diagonal (en este caso). Se presenta el siguiente dibujo:



Debe fundamentar cuál trazo es el trazo más fácil y el trazo más difícil de instalar. La respuesta esperada es: El trazo más difícil de instalar es el trazo B ya que la pendiente de la diagonal del rectángulo B es mayor que la de los otros rectángulos. El trazo de menor dificultad es el trazo C, ya que la diagonal de ese rectángulo tiene menor pendiente que los demás rectángulos. Algunos alumnos y alumnas en esta pregunta se confundirán, ya que no se hizo la especificación si la dificultad era respecto a qué, puede ser respecto a la longitud del trazo a instalar, respecto a la altura del trazo a instalar o respecto a la inclinación, es decir a mayor inclinación, mayor dificultad.

Luego, se representa cada trazo en un plano cartesiano (entregando la ecuación de la recta en cada caso), de tal manera que deberán relacionar el trazo (con la letra identificada en el dibujo anterior) con la recta que representa a ese trazo, esto considerando la inclinación de cada trazo. La respuesta que se espera que den es: la recta identificada con la ecuación $y = 2,5x$ corresponde al trazo B.

La recta identificada con la ecuación $y=1,11x$ corresponde al trazo D. La recta identificada con la ecuación $y=0,83x$ corresponde al trazo A. La recta identificada con la ecuación $y=0,31x$ corresponde al trazo C. Los alumnos no tendrán dificultad, en la medida que sepan qué es la inclinación, ya que con solo mirar cada recta con respecto a cada rectángulo, no es necesario haber calculado la pendiente de cada recta, solo a través de la observación. Algunos alumnos, por falta de comprensión de lectura, tendrán problemas para comprender el encabezado de la pregunta y simplemente no responderán. Es posible también que algunos alumnos no respondan por falta de tiempo, ya que dedicaron mucho a las respuestas anteriores.

La primera parte de la secuencia *Construyendo Patrones de Medida* tiene como propósitos: familiarizar al estudiante con conceptos básicos al momento de realizar las actividades del resto de la secuencia y construir una regla patrón.

En la fase *Encontrando la magnitud en la vida cotidiana*, los alumnos trabajan de manera individual, respondiendo a dos preguntas, en la primera deben escribir tres frases en donde se utilice la palabra magnitud, en donde los estudiantes pueden escribir por ejemplo: la magnitud del sismo fue de 7 grados; la magnitud del desastre fue devastadora; los vectores tienen sentido, orientación y MAGNITUD; entre otras. La segunda pregunta está orientada a que los alumnos reconozcan por lo menos dos magnitudes físicas utilizadas frecuentemente en la vida cotidiana, escribiendo por ejemplo: longitud; distancia; volumen; kilogramos; entre otros.

En la segunda fase, *Magnitud y sus significados*, los alumnos deben trabajar en grupos. Se les presenta las cuatro acepciones de la palabra magnitud tomadas el 04/01/08 desde www.rae.es. Luego los alumnos deben agrupar las frases construidas en la fase anterior, pero para esta clasificación solo se considerarán tres acepciones (las utilizadas más comúnmente). Se conjetura que las respuestas entregadas por los estudiantes se asemejan a los siguientes ejemplos:

- 1) *"Tamaño de un cuerpo"*:
 - La magnitud de la torre Entel fue equiparada por los edificios aledaños.
 - La magnitud de una hormiga es inferior que la de un gato
 - La magnitud de mi cuerpo aumenta con el paso del tiempo
- 2) *"Grandeza, excelencia o importancia de algo"*:
 - La magnitud del sismo fue de 7 grados.
 - La magnitud del desastre fue devastadora
 - La inteligencia de aquel chico de gran magnitud
- 3) *"Propiedad física que puede ser medida"*:
 - Los vectores tienen sentido, orientación y MAGNITUD
 - La temperatura del agua es 10°C.
 - El peso de la bolsa de compras era demasiado

Los alumnos en la tercera fase *Construyendo un patrón de medida de longitud* deberán crear un patrón de medida, el cual utilizarán más adelante en la secuencia. Se les indica paso a paso lo que deben realizar, comenzando por solicitarles que corten las huinchas entregadas en una hoja anexa, una de ellas

deben doblarla en tres partes iguales y luego doblarla nuevamente en dos, sin embargo es posible que a los alumnos les cueste entender esta instrucción, ya que la comprensión lectora generalmente falla porque intentarán avanzar lo más rápido posible. Con la ayuda del profesor o profesora guía seguirán adelante con la actividad.

En seguida, los estudiantes deben estirar la huincha, para observar y luego responder en cuántas partes queda fraccionada; la idea es que los alumnos y alumnas logren contestar que queda en seis partes de la misma medida, sin embargo esto es posible que no suceda debido a los dobleces y al corte que se le haya realizado a la huincha, cada uno de los cuadritos del patrón de medida no quedará muy similar en tamaño a los otros, pero las respuestas de los alumnos no variará mucho por ese pequeño detalle. Al momento de terminar de “crear” el patrón de medida, se les menciona que se le llamará PM (para utilizar una abreviación) a cada parte de estos dobleces.

En la hoja entregada en los anexos, se encuentran algunas huinchas que deben medir con el patrón de medida creado. La primera huincha que se solicita que midan es la A, en donde sus respuestas variarán de la respuesta esperada (que el patrón de medida “cabe” 6 veces en la huincha A), tomando en cuenta la conjetura referida a la imprecisión de corte y dobléz. Es posible que algunos alumnos utilicen tan solo uno de los dobleces para medir la huincha, y debido a la misma razón, se les indica que deben crear una regla patrón, dibujando el patrón en una huincha entregada y utilizando un trozo de cartulina para lograr que ésta tenga más resistencia.

A los alumnos se les solicita que, utilizando la regla patrón, midan otras huinchas entregadas en los anexos, en donde los valores variarán de acuerdo a cada grupo (debido a la exactitud en los dobleces, llegando a variar hasta en medio patrón de medida), pero aproximadamente se espera que la llenen de la siguiente forma.

Tabla n°1	Cantidad de PM
Huincha A	El patrón de medida PM “cabe” ____6____ veces en la huincha A
Huincha B	El patrón de medida PM “cabe” ____8____ veces en la huincha B
Huincha C	El patrón de medida PM “cabe” ____3____ veces en la huincha C
Huincha D	El patrón de medida PM “cabe” ____5____ veces en la huincha D
Huincha E	El patrón de medida PM “cabe” ____1____ veces en la huincha E
Huincha F	El patrón de medida PM “cabe” ____7,5____ veces en la huincha F

Luego de observar la tabla completada anteriormente, se pide que expliquen con sus propias palabras qué entendieron por medir y por patrón de medida, es aquí en donde se debe “materializar” las ideas que han tenido al trabajar en las

actividades. A continuación se conjeturan algunas oraciones para ambos términos:

MEDIR:

- medir consiste en contar cuantos patrones de medida caben en el objeto a medir.
- cuantas veces cabe el patrón de medida en lo que se quiere medir
- cuantos cuadritos (PM) caben en lo que se quiere medir
- cuantos centímetros tiene el objeto a medir

PATRÓN DE MEDIDA:

- es una medida acordada previamente para realizar la acción de medir
- es un cuadrito
- longitud acordada para realizar una medida
- es como una regla para medir

Es posible que algunos grupos no contesten alguna de las preguntas ya que no se sienten capaces de generar una “definición” con sus propias palabras, también se cree que los estudiantes intentarán replicar lo vivido anteriormente, ya que en pasos anteriores de la secuencia se entregó una definición o acuerdo de lo que es patrón de medida y lo que es medir.

Una vez terminada la sesión, a cada alumno se le entrega una ficha de desarrollo del pensamiento (es uno de los instrumentos del sistema de evaluación). En ella deben expresar lo sentido y vivido en la sesión, y para ello se dirige con siete preguntas. Estas preguntas están orientadas a conocer el desarrollo de su pensamiento en el ámbito de la secuencia, lo que sintió al realizar la secuencia grupal e individualmente, y la capacidad de entendimiento y comunicación del mismo a otros. Las conjeturas a nivel general son las siguientes:

1. ¿Qué problema se planteó en la clase de hoy?

- el problema se dirigió a conocer y entender los diferentes significados de magnitud
- el problema estaba dirigido en construir un patrón de medida y entender lo que es
- el problema se dirigió a medir diferentes magnitudes, utilizando el patrón de medida construido

2. ¿Qué aprendí resolviendo el problema?

- A utilizar un patrón de medida, específicamente el construido en la secuencia
- qué es medir y qué es un patrón de medida
- aprendí a medir.

3. ¿Qué hice para resolver el problema de la clase de hoy?

- Relacionar la palabra magnitud con frases de la vida cotidiana
- Construir un patrón de medida adecuado para medir diferentes magnitudes entregadas
- Medir cada una de las medidas entregadas, utilizando el patrón de medida

4. ¿Cómo me sentí abordando el problema de la clase de hoy?

Cada uno responderá cómo se sintió al desarrollar la actividad, esperando que al expresarlo entreguen un fundamento. Entre los sentimientos que se espera que

respondan se encuentra: Bien, confundido (no se entendió lo que se realizó), conforme (entendió todo y lo realizó de manera óptima), etc.

5. ¿Cómo me sentí realizando mi trabajo en el grupo?

La respuesta entregada en este ítem depende mucho del grupo de trabajo que eligió cada grupo. Si se trabajó en equipo y lograron llegar a acuerdos después de las discusiones, entonces el trabajo en grupo funcionó, sintiéndose bien en el grupo. Sin embargo, puede que para trabajar más rápido, algunos grupos se dividieron el trabajo y no lograron ver la actividad como un todo, con lo que probablemente no se sentirán bien o lo encontrarán aburrido.

6. En la clase de hoy, pienso que se hablo de:

- Magnitud, medidas, patrones de medida, cómo medir utilizando un patrón de medida, medir.

7. Si tuviera que explicarle la clase de hoy a un compañero ¿qué le diría? ¿qué ejemplo le entregaría para que me entendiera?

La respuesta entregada por cada estudiante depende de la capacidad de entendimiento propia en primer lugar, y una vez completada esta fase propia, es posible que sea capaz de explicarle a otros de manera óptima. Sin embargo hay muchos estudiantes que logran entender lo realizado, pero no son capaces de explicar a otros lo que entendieron ellos mismos. Algunos estudiantes expresarán que no lograron entender, y por conclusión lógica, no podrán explicarle a un compañero lo sucedido.

Una vez que terminan de responder a los ítems, los estudiantes se encontrarán con sus ideas más claras de lo sucedido en la sesión, por lo tanto se dará paso a la cuarta fase, la de plenario. En esta fase, los estudiantes de manera grupal explicarán al curso lo que entendieron por patrón de medida, y en consecuencia lo que entendieron por medir, previamente discutirán el trabajo realizado individualmente, se cree que lo harán para organizar sus ideas y expresar aquella que más represente al curso, en este proceso se conjetura que solo algunos grupos llegarán rápidamente al consenso, debido al incremento de alumnos con déficit atencional, sin embargo las respuestas son muy similares a las entregadas de manera individual. Cuando todos los grupos han expresado su conclusión, se llega a un acuerdo general de curso, comenzando con establecer las características comunes, es aquí en donde el profesor debe intervenir y guiar para que no se produzcan confusiones ni conclusiones generales que no apunten al objetivo de la sesión. Como curso deben crear un significado propio de ambos términos, si la guía que ha entregado el profesor en el plenario es buena, los estudiantes no tendrán problemas en llegar a lo esperado, es decir, que un patrón de medida es una magnitud establecida previamente para medir, y medir es comparar una magnitud con otra de la misma especie.

Al comenzar la siguiente sesión, los estudiantes deberán reconocer, de entre un listado de conocimientos y aprendizajes que deberían obtener al vivir la secuencia, aquellos que han logrado antes, de manera que se conozca cuál era su entendimiento previamente a la Secuencia. El primer listado de aprendizajes se

encuentra relacionado con el reconocimiento e identificación de figuras geométricas y de algunos de sus características y elementos de ellas, además de saber utilizar un patrón de medida. Se conjetura que la gran mayoría de los estudiantes reconocerán que saben o conocen sobre todos los ítems, sin embargo en aquel que está dirigida a la identificación de las regularidades en las figuras geométricas, no será de mayor conocimiento.

La segunda parte de la secuencia se identifica como Variaciones proporcionales en contextos concreto y discreto. En ella se encuentra la fase manipulando rectángulos, cuyos propósitos son: Familiarizar al estudiantado con la manipulación del geoplano para la construcción de rectángulos; medir largo y ancho; identificar la diagonal de cada rectángulo los estudiantes en trabajo grupal. En esta fase, cuando los alumnos aborden la consigna de construir en el geoplano cinco rectángulos de diferentes áreas, sin desarmarlos, en posición horizontal o vertical, a ellos les costará identificar cinco rectángulos de distintas áreas. De 10 grupos de tres estudiantes, la mitad no podrá realizarlo sin solicitar ayuda. Un argumento que lo explique es que no han estabilizado las nociones de área y perímetro. Actualizados estos saberes previos construirán los rectángulos pedidos. También discutirán sobre cómo construir los rectángulos. Es razonable conjeturar que ello se deba a que no saben si pueden sobreponer uno sobre otro o se preguntan sobre la perfección de la ubicación de ellos.

Luego se les solicita que de los rectángulos que acaban de hacer, identifiquen y marquen las diagonales de cada uno de ellos, es en esta acción que ellos sin mayores dificultades, la marcarán, y si fuese necesario, cambiarán alguno de estos rectángulos para posicionar mejor la diagonal.

Luego, para cada uno de ellos, deberán medir largo y ancho con la regla-patrón construida, y deberán anotar estos datos en la tabla n°1. Tendrán dificultades para medir con la regla graduada ya que no recuerdan cuáles son los lados, provocando discusiones en el grupo. Cuando logran ponerse de acuerdo cuál será la forma de medir en todas las instancias con esta regla, prosiguen con la actividad. Terminada esta sucesión de acciones, deberán dibujar estos rectángulos en la hoja de trabajo n°2, sin distorsionar medidas ni posiciones, no tendrán dificultades para realizarlo, dibujando un cuadrante y los rectángulos con diferentes colores para identificarlos visualmente más rápido.

En la segunda fase *estirando la diagonal*, los alumnos deberán identificar y construir un conjunto particular de rectángulos, aquellos que comparten su diagonal. Para comenzar a trabajar, los alumnos deben quitar los elásticos del geoplano, pero para ello destinarán unos minutos ya que jugarán con estos elásticos, distrayendo su atención del objetivo de la sesión. Una vez limpio el geoplano los alumnos deberán rehacer, desde la esquina inferior del geoplano, uno de los rectángulos hechos en la fase anterior, sin cambiar las medidas de él. Discutirán para decidir cuál será el rectángulo que escogen para la actividad, lo acomodarán según las indicaciones sin mayor dificultad. Luego se les solicita que construyan la diagonal de éste con otro elástico, todos los grupos la marcarán, pero algunos se encontrarán con la dificultad que el elástico rodea solo algunos de los clavos del trayecto, provocando una confusión entre ellos, y muchos intentarán forzar el paso

de la diagonal por todos los clavos del trayecto, otros decidirán cambiar de rectángulo. Todos destinarán tiempos distintos en esta confusión, al solucionarla, continuarán.

Para proseguir con la actividad, ellos deberán construir cuatro rectángulos más, todos deben partir de la misma esquina (inferior izquierda) y todos deben compartir diagonal, es decir, deben calzar con la del primer rectángulo. Los estudiantes intentarán armar los rectángulos, pero se darán cuenta que deben elegir un rectángulo con características especiales en tamaño y ubicación, ya que por el espacio dispuesto en el geoplano, no se logra armar cualquier familia de rectángulo. Además, intentarán armar los rectángulos pedidos de tal manera que cumplan con las condiciones. Algunos intentarán forzar el paso de las diagonales por todos los clavos del trayecto, discutirán sobre aquello, y si logran decidir que el elástico rodee algunos de los clavos del trayecto, pueden continuar con la actividad, de lo contrario solicitarán ayuda al profesor. Para poner las diagonales, a la gran mayoría de los grupos les costará dejar cada elástico en la posición, debido a que se juntan muchos elásticos en el vértice fijo.

Se les pide que observen el conjunto de rectángulos, y que los dibujen manteniendo sus medidas en la hoja de trabajo n°2 entregada, pero como en la fase anterior se les pidió que en la hoja de trabajo se mantuviera medidas y forma, es posible que como en esta instrucción no se solicita forma, al traspasarlo a dibujo, algunos grupos separarán los rectángulos, perdiendo la perspectiva el trabajo realizado.

Una vez terminado el paso anterior, deberán medir el largo y ancho de cada uno con la regla-patrón, y deberán anotar estos valores en la tabla n°2. Algunos grupos se detendrán en esta instrucción, ya que no lograrán acordar cuál será el rectángulo 1 (si el mayor o el menor de ellos), pasada esa dificultad, continúan. Luego, deberán observar y encontrar si existe alguna relación entre los valores de la tabla. En esta se dispuso el espacio para un quinto rectángulo por si algún grupo logra observar la regularidad que se generó. Es posible que la gran mayoría de ellos no consideren al cuadrado como un rectángulo especial, en donde la medida de los lados es la misma, descartando de inmediato esta figura. Como en la fase anterior se aclaró cuál de los pares de lados se considerará como largo y cuáles se considerarán como ancho, si el rectángulo a considerar tiene sus lados en la proporción 1:2 e independiente de cómo se ubique el primero de ellos (con el lado menor en el eje x o en el eje y) las medidas serán las mismas. Los alumnos observarán que va aumentando en la misma razón.

En esta misma sesión se encuentra la fase tres identificando regularidades, que tiene como objetivo que los alumnos reconozcan distintas regularidades en la familia de rectángulos con el uso de tablas. Esta fase va ligada con la anterior, se les solicita a los estudiantes que exploren relaciones entre las medidas de los rectángulos, anotados en la tabla anterior, y como después de ella se solicitó que observaran que sucedía, los alumnos no tendrán que reflexionar demasiado sobre las relaciones entre las medidas de los rectángulos anotados.

Luego se les presenta otra tabla, en donde deben anotar las medidas de los rectángulos, desde el más pequeño al más grande. En ella deben multiplicar y dividir cada par de medidas, anotando el resultado en la misma. Los grupos, no les

complicará traspasar los valores pedidos y realizar las operaciones indicadas, sobre todo si realizan estos cálculos con calculadora (a pesar de que se solicitará a los profesores o profesoras que recuerden a los estudiantes que no usen calculadoras, la expansión del uso de celulares con calculadora incorporada hace difícil controlar esta variable). Los alumnos deben observar y discutir lo sucedido en cada una de las columnas de la tabla; si las operaciones están bien realizadas, en las columnas de división se mantendrá un patrón, ya sea 2 o 0,5. Es importante como se irá interiorizando el concepto de variación proporcional.

Para completar la tabla cuatro, se les solicitan que multipliquen y dividan largos y anchos con el valor siguiente. Los cálculos solicitados no serán una dificultad, ya que, al igual que en la tabla anterior, es posible que los alumnos realicen los cálculos con calculadora. Seguido de ello, deben explicar lo observado en cada columna, y deberán fundamentar su respuesta. Si no hay problemas con los resultados de las operaciones pedidas, los alumnos y alumnas deberán observar que en las columnas en las que se encuentra involucrada la división (o razón) el valor se repite debido a la proporción de los lados (ya sea ancho o largo entre sí) del rectángulo. Es importante que en el plenario se mencione esta propiedad de la familia de rectángulos.

Para que los estudiantes logren organizar sus ideas y conclusiones, se les pide que describan los rectángulos, para ello deberán guiarse por las preguntas ¿son parecidos?, ¿son distintos?, ¿por qué? Deberán completar las siguientes oraciones

Los rectángulos son parecidos porque... Se conjetura que responderán

- Comparten la diagonal
- Tienen sus lados proporcionales
- Tienen la misma forma pero distintos tamaños
- La inclinación de la diagonal es la misma
- Las diagonales se encuentran en la misma línea

Los rectángulos son distintos porque

- Son de distintos tamaños, aunque conservan la forma
- La medida de su diagonal no es la misma

En resumen, las características comunes de estos 5 rectángulos son

- Sus lados son proporcionales
- La inclinación de la diagonal es la misma
- Tienen la misma forma, pero distinto tamaño
- Sus lados son proporcionales
- Aunque la diagonal tiene la misma inclinación, el tamaño no es el mismo.

Para finalizar esta fase, se les menciona que este conjunto de rectángulos son una familia de rectángulos.

La última fase de esta sesión es el plenario, en donde cada grupo participante explicará al curso cuáles fueron las características de la Familia de rectángulos que construyeron, luego se hace un contraste de todas las exposiciones, y finalmente se crea en conjunto un nombre que identifique a todas las familias de rectángulos construidas. Las conclusiones se armarán de acuerdo a

las características que entregue cada grupo. Como este plenario se realizará con el profesor como guía, éste debe ser capaz de que se llegue a las características mencionadas anteriormente, de lo contrario, debe dar énfasis a la diagonal y a su inclinación.

Los alumnos, al terminar la sesión deberán completar un instrumento que es parte del sistema evaluativo, la ficha de aprendizaje, en donde reflejan y “miran” sus propios aprendizajes. Se plantean siete preguntas, que se encuentran con sus respectivas conjeturas a continuación:

¿Qué problema se planteó en la clase de hoy?

- reconocer características de rectángulos que tienen algo en común
- hacer rectángulos en el geoplano, para observar y descubrir lo que tienen en común y lo que tienen diferente
- medir el largo y el ancho de rectángulos proporcionales
- anotar en diferentes tablas las medidas de los rectángulos hechos en el geoplano

¿Qué aprendí resolviendo el problema?

- a reconocer las diferencias y similitudes de rectángulos proporcionales
- a calcular la proporción de rectángulos proporcionales
- a construir rectángulos que comparten la diagonal y que tienen características en común

¿Qué hice para resolver el problema de la clase de hoy?

- construir rectángulos en el geoplano
- llenar tablas con las medidas de los rectángulos y después realizar operaciones para observar que son proporcionales
- dibujar rectángulos hechos en el geoplano

¿Cómo me sentí abordando el problema de la clase de hoy?

Al igual que en la ficha de aprendizaje anterior, depende mucho del grupo en el que trabajó el alumno, ya que si se trabajó bien, debería haber entendido y debería haberse sentido bien.

¿Cómo me sentí realizando mi trabajo en el grupo?

La misma idea de la ficha anterior, es posible que si el grupo realmente trabajó en equipo, las ideas y soluciones serán efectivas para todo el grupo, y al contrario si sólo realizó todo el trabajo un integrante del grupo, él se sentirá agobiado y el resto no habrá entendido el sentido del trabajo realizado.

En la clase de hoy, pienso que se hablo de

- Rectángulos proporcionales
- rectángulos con la diagonal común
- rectángulos con características comunes, familia de rectángulos

Si tuviera explicarle la clase de hoy a un compañero ¿qué le diría?, ¿qué ejemplo le entregaría para que me entendiera?

Cada alumno, a medida que entendió lo realizado, podrá explicar lo hecho en la clase, sin embargo hay muchos que no se sentirán con la capacidad de explicarle a

otro compañero. Habrá otro grupo que al no participar del trabajo, no lograrán explicar lo sucedido.

Para dar paso a la siguiente sesión, al igual que en la anterior, se le entrega un listado de conocimientos y aprendizajes que debieran haber obtenido antes y durante la secuencia. El listado consta de cinco ítems, que describen a nivel general si el alumno comprende qué es una razón, si es capaz de ubicar un punto en el plano y si logra visualizar la inclinación de la diagonal de un rectángulo, entre otras. En la última se conjetura que la gran mayoría no logra visualizar a primera vista la diagonal (sin haberla dibujado), y por ende, la inclinación de ella se hará más difícil. En los otros ítems será un poco más dispersas sus respuestas, ya que deberían haber escuchado alguna vez por lo menos sobre la razón en matemática, a graficar en el plano cartesiano, y las características de un rectángulo. Las respuestas se encontrarán más inclinadas hacia la opción C (lo sé pero para mí).

La tercera parte, *La diagonal y la recta que la sustenta*, tiene como objetivo que el alumno logre extender la idea de la inclinación de la diagonal a otras familias de rectángulos, con el uso de Excel; debido a que el uso del geoplano restringe tamaños y cantidad de elásticos para formar los rectángulos.

Una de las primeras conjeturas al adecuar la secuencia en esta parte, es que al trabajar con computadores, muchos estudiantes distraerán su atención de la actividad, es decir, probablemente intentarán realizar otras actividades como navegar en internet, jugar, realizar tareas de otras asignaturas, etc.

Se les indica con qué archivo trabajar, y paso a paso lo que deben hacer. Como el trabajo se realizará en parejas (en lo posible) por disponibilidad de computadores, será más fácil seguir las instrucciones para realizar la actividad, se cree que tan solo algunas parejas de estudiantes les costará entender al principio, pero a medida que prueben con distintos valores, irán entendiendo. Se le solicita que repliquen algunos de los rectángulos de la fase anterior, y para ello es posible que repliquen todos los rectángulos hechos en la secuencia, pasado este problema, los estudiantes continúan manipulando el archivo de Excel entregado. Luego, se les pide que se pongan de acuerdo cuáles serán las medidas del rectángulo que trabajarán, además del vértice inferior izquierdo. Se generará discusión en esta instrucción, pero la manipulación del archivo permite trabajar utilizando la técnica “ensayo y error”. El profesor deberá estar atento e intervenir en algún grupo que no supiera que hacer. Es importante que el profesor o profesora se encuentre atenta en la fase completa ya que los alumnos no se encuentran acostumbrados al trabajo con computadores y buscarán cualquier momento para utilizar el computador para realizar otras actividades tales como jugar o navegar en internet.

Una vez tomadas las decisiones y ensayado con algunos rectángulos, los alumnos deberán completar la tabla con distintos rectángulos, de tal manera que dejen fija las coordenadas del vértice inferior izquierdo y la medida de la base, haciendo variar la altura. No tendrán problemas en llenar la tabla, ya que es solo a través de la observación de lo sucedido en el archivo Excel. Deberán observar la tabla y explicar lo que sucedió (especialmente con la razón entre las medidas de los lados y la medida de la diagonal), entre algunas de las cosas que se conjetura que explicarán será:

- La diagonal de los rectángulos va inclinándose cada vez más (o menos si empezaron a hacer variar la altura de manera decreciente), respecto a la horizontal. La razón también lo hace a medida que se crece o decrece en la altura
- La medida de la diagonal es diferente en cada caso

Luego realizan la misma actividad, pero esta vez el valor que harán variar es la medida de la base, anotando los valores en la tabla 5. Se conjetura que las observaciones entregadas por los estudiantes serán:

- A medida que crece el valor de la base, la diagonal decrece, y viceversa. Sucede lo mismo entre el valor de la base y la razón.
- La medida de la diagonal crece al igual que la medida de la base. Si se hace decrecer, ambas decrecen

Se les escribe la siguiente nota “Si logran observar, el valor de la razón o división entre la altura y la base es distinto para cada nuevo rectángulo, siendo estos 12 rectángulos distintos a los formados en el geoplano”. La razón de ella es para que en estos nuevos rectángulos fijen la atención en la inclinación o pendiente del trazo de la diagonal de los rectángulos, sin embargo se conjetura, que por el apuro de terminar pronto la sesión y fijar la atención al uso de internet en otra actividad, algunos grupos no leerán con atención la nota, o simplemente no la leerán.

A continuación, se explica a través de una nota informativa, que un cuadrado es un rectángulo con características especiales, y se les insta a través de preguntas, que observen cómo es la pendiente de las diagonales en cualquier cuadrado. Se les solicita que armen diferentes cuadrados y expliquen lo que sucede con la medida de las diagonales y entre las respuestas que se conjeturan están las siguientes:

- Es distinta para cada rectángulo
- Va creciendo a medida que crece la medida de los lados
- Decrece a medida que decrecen los lados

Después de ello, se les pregunta sobre la razón, cómo es y por qué sucede aquello, solicitando que fundamenten su respuesta, se cree que las respuestas irán orientadas a:

- Siempre es la misma y es 1, ya que la razón es la división, y como se divide un número por sí mismo, esto siempre da como resultado 1.
- Es siempre la misma porque el cuadrado tiene siempre la misma razón entre sus lados.

Para reafirmar la idea se entendió, deben dibujar seis rectángulos en donde la razón entre los lados (base y altura) sea la misma, y como ya se entendió la idea de razón, buscarán sin mayor dificultad y discusión los rectángulos en que la razón es el mismo valor para todos. Además en fases anteriores ellos encontraron rectángulos con la misma razón. También se acepta que dibujen cuadrados de distintas medidas, ya que también tienen la misma razón. Mirando los rectángulos dibujados, deberán encontrar otros elementos que ellos comparten, haciendo una pregunta que tiene como objetivo que observen qué sucede con los lados, entre las

posibles respuestas se encuentran las siguientes

- comparten la diagonal si comparten el vértice inferior izquierdo. Los lados son proporcionales.
- si se ubican todos en el mismo vértice inferior izquierdo, las diagonales están en la misma línea. Los lados son proporcionales.
- Las diagonales tienen la misma inclinación. Los lados son están en la misma proporción.

Para finalizar, los alumnos deberán concluir y explicar lo que pasó en la fase completa, conjeturando lo siguiente:

- Cuando los rectángulos son de la misma familia, es decir sus lados son proporcionales, la razón de sus lados es la misma. Además las diagonales tienen la misma inclinación.
- Si se deja fijo el valor de la altura, la inclinación de la diagonal va decreciendo. Si se deja fijo el valor de la base, la inclinación de la diagonal va aumentando.
- La inclinación de la diagonal tiene que ver directamente con la razón entre los lados del rectángulo.

Se les presentará un desafío, en donde deben investigar sobre el rectángulo más bello (rectángulo áureo). Para comenzar deben buscar tres características de él, es probable que por el hecho de estar todos en el mismo lugar se traspasen unos a otros el sitio de internet en donde encontrar la información, se conjetura que las respuestas se encontrarán entre las siguientes

- El rectángulo más bello es aquel en que la razón entre los lados está en la razón Aurea. Una de ellas es la razón entre sus lados es la razón aurea, otra característica es que al momento de dibujar sobre él un cuadrado se crea otro rectángulo bello más pequeño y así sucesivamente,
- cumple que el cociente entre el lado mayor y el menor da como resultado el número de oro

Se les pide que mencionen objetos de uso cotidiano contruidos en base a él, además de entregar un fundamento de ese hecho según su percepción. La respuesta más común será: Tarjetas de crédito, cajas, cuadernos, cajetillas de cigarrillos, libros, puertas, etc. Principalmente porque son más atractivas al ojo humano, es decir, son más bellas.

Además, deben explicar lo que sucede con la diagonal de él y el valor que toma, se conjetura que encuentren que es ϕ (Phi) y que tiene un valor aproximado de 1,618033989....

Finalmente deberán construir uno, los alumnos siguen las instrucciones desde internet para crear el rectángulo más bello, con ayuda del profesor guía lo dibujarán sin ningún problema.

La última fase, al igual que en la anterior, es el Plenario, y se deberán comenzar a generalizar la idea de pendiente como una variación proporcional, es decir la razón de las diferencias de las ordenadas y la diferencia de abscisas. Si

bien, al llevar el rectángulo al sistema de ejes coordenados, se puede ver con más claridad esta razón, se deberá dejar claro a los alumnos que esto es debido a que se puede asociar más fácilmente a algo con lo cual estén familiarizados. Se deberá aclarar también que la pendiente está más bien asociada a la recta o a segmentos de ella, y por ello se puede asociar a planos en la vida cotidiana, como por ejemplo a la inclinación de calles, techos, etc.

Finalmente se les entregará la autoevaluación, en donde la apreciación de su trabajo está en total concordancia con la asistencia a todas las actividades y a la disposición para aprender que tendrá cada uno de ellos. Lo ideal es que respondan siempre a todas los ítems, pero lo esperado se estima en respuestas entre a veces y casi siempre.

El último instrumento que se les entregará a los estudiantes es el post-test, en él se incluyen preguntas similares a las del diagnóstico, para observar el avance de cada uno de los estudiantes.

La primera pregunta hace referencia a la explicación de lo que es magnitud física, utilizando sus propias palabras, se cree que responderán que es una propiedad que se puede medir en algún objeto, como por ejemplo el peso, la masa, longitud, temperatura, etc. Continuando con la misma línea, deben explicar lo entendido por medir, específicamente una longitud, esperando que respondan que consiste en contar cuantos patrones de medida caben en el objeto que se está midiendo, por ejemplo si el patrón de medida es el centímetro se medirá cuantos centímetros tiene el contorno de una mesa, si el patrón de medida es un lápiz, se contarán cuantos lápices cubren el largo del pizarrón.

Luego deben explicar qué entendieron por patrón de medida, posiblemente explicando que es una magnitud acordada, por ejemplo el palo de un escobillón. Puede haber patrones de medidas universales como el metro, el gramo, el litro, etc.

Una de las ideas que se conjetura que los alumnos ya tienen incorporada en sus conocimientos, es la de diagonal de un rectángulo, y para observar si esto se logró reafirmar en la secuencia se les solicita que expliquen qué es, lo esperado en respuesta es: La diagonal de un rectángulo es el segmento de recta que uno dos vértices no contiguos del rectángulo. Luego, se les presentan cuatro rectángulos y ellos deberán dibujar la diagonal principal, es posible que muchos dibujen ambas diagonales.

También se les presentará un espacio en donde deben escribir tres oraciones en donde se encuentre la palabra pendiente en el contexto de “medida de inclinación de una recta o un plano” que es a la que hace referencia la secuencia, en donde posiblemente escribirán:

- a) La pendiente del cerro es muy inclinada para poder escalar
- b) Las calles de Valparaíso tienen distintas pendientes
- c) El techo tiene una pendiente tal que hace que el agua no se apoce en él

Se conjetura que, cuando a los estudiantes se les presenten características de una familia de rectángulos, reconocerán una de las tres como característica,

específicamente la que hace alusión a que los rectángulos deben compartir la diagonal (se encuentran en la misma línea). Se cree que la justificación que entregarán se basa en la actividad con el geoplano o la realizada en Excel.

Para observar si los alumnos lograron contextualizar la idea de pendiente, se presentan problemas en donde deben explicar qué harían o cómo solucionaría el o los problemas. El primero de ellos se relaciona con la inclinación más conveniente para posar una tabla como rampa sobre un cajón, ellos deberán dibujar tres opciones (variando el tamaño en altura del cajón), los alumnos dibujarán las tres opciones, considerando los cajones de tres alturas distintas y dibujarán la rampa de manera correcta, fundamentando cuál es la más conveniente de distintas formas, algunos consideran la de mayor pendiente ya que de esa manera Pablo (el personaje que utilizará la rampa para deslizarse en patines) puede tomar mayor velocidad al desplazarse sobre la rampa, otros considerarán la media ya que la de mayor pendiente es muy peligrosa, y finalmente otros considerarán la más baja ya que desea manera Pablo correrá menos peligro. Otra posibilidad es que Los alumnos dibujarán los tres cajones, pero dibujarán las rampas de tal manera que solamente en uno de los cajones la rampa queda posicionada justo en la esquina del cajón (es decir, todas las rampas con la misma pendiente) eligiendo esa como la mejor opción ya que en las otras dos opciones Pablo no puede lanzarse. Algunos alumnos, debido al conocimiento de algunas rampas de deslizamiento para patines, dibujarán una rampa con una curvatura especial.

Continuando con la misma idea, esta vez lo que variará es la longitud de la rampa, manteniendo el tamaño (en altura) del cajón. Esta vez deberán fundamentar cuál es la peor opción. Los alumnos dibujarán los tres cajones con la misma altura, y dibujarán las rampas de distintos largos, con lo cual la pendiente de éstas disminuye a medida que crece el largo. El fundamento dependerá de cada uno de ellos al igual que en el ítem anterior. También puede suceder que los alumnos dibujarán los cajones del mismo tamaño, y las rampas las dibujarán con la misma pendiente, eligiendo cualquiera de las dos opciones en donde no queda la rampa en la esquina del cajón.

En el siguiente ítem, se les presenta tres imágenes de una casa para perro con la inclinación del techo diferente, como las siguientes



de tal manera que deberán ordenarlas de mejor a peor opción para el deslizamiento del agua de lluvia. Los alumnos ordenarán sus opciones de la siguiente manera: la del medio en primera opción, luego la de la derecha y finalmente la de la izquierda. Algunos fundamentarán diciendo que de esa manera no se apozará el agua y fluirá más rápido.

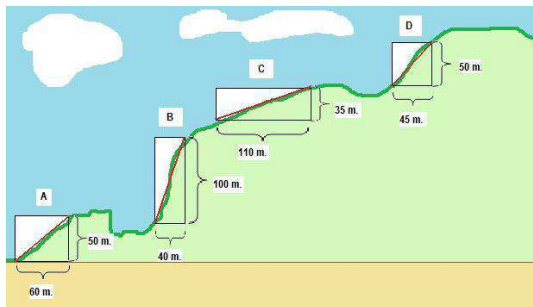
Luego, el problema que deberán analizar es respecto a tres varas que al lanzarse quedan con el mismo ángulo de inclinación, la longitud de las varas es diferente y designada con los nombres de los supuestos lanzadores (ordenadas por tamaño de menor a mayor: Priscila, Ricardo y Diego). Los alumnos deberán

fundamentar quién gana el juego (gana quien la deje clavada con menor pendiente con respecto al suelo). Algunos alumnos observarán que todas las jabalinas tienen la misma inclinación y responderán que hubo un triple empate, fundamentando que todas tienen la misma pendiente o inclinación respecto al suelo. Otros alumnos elegirán a Priscila de ganadora, ya que confundirán la inclinación o pendiente de la jabalina con su magnitud. Así mismo pueden elegir a Diego.

Los alumnos, en el ítem siguiente, deberán justificar si los tres casos entregados corresponde o no a la pendiente de una recta.

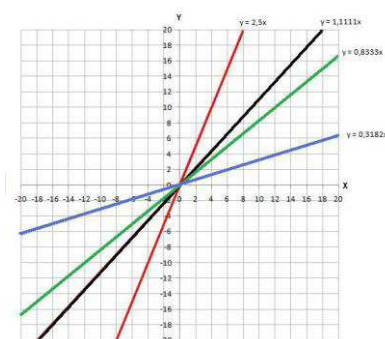
- Cantidad representada por el coeficiente de la variable en la ecuación principal de la recta. Si corresponde al coeficiente, sin embargo esto no se alcanzó a tratar en la secuencia, por lo que la respuesta más probable de los estudiantes es responder que no.
- Valor del ángulo de inclinación de la recta respecto del eje horizontal. Si se logró asociar en el plenario la equivalencia de la inclinación con el eje horizontal, los alumnos responderán afirmativamente.
- Razón entre los cambios de ordenadas respecto de los cambios de abscisas en su gráfico. Deberían responder que sí, fundamentando que lo visto en la secuencia está relacionado con la razón entre el alto y el largo de un rectángulo, y que luego este valor se asoció a la pendiente.

El último problema está contextualizado en el cerro San Cristóbal. Se presenta el siguiente dibujo:



Este dibujo representa cuatro trazos en donde se quiere instalar otro teleférico. Ellos deberán fundamentar cuál será el trazo más difícil y el más fácil de instalar. La respuesta de los estudiantes debería mejorar respecto al diagnóstico, pudiendo fundamentar respecto a la pendiente de cada trazo.

Luego, deberán relacionar cada trazo de diagonal con una recta presente en un plano cartesiano, entregando la ecuación que la identifica.



Se espera que la respuesta que entregarán los alumnos se encuentre más completa que la presente en el test diagnóstico, y en consecuencia con la competencia de pensamiento variacional en la noción de pendiente.

4.2. Las producciones estudiantiles

A continuación se presenta una breve descripción de las producciones estudiantiles en la secuencia didáctica y el sistema evaluativo. En la sección de anexos se encuentra una tabla por pregunta con las producciones estudiantiles y el análisis de cada una de ellas. Para no distraer la atención en las faltas ortográficas al momento del análisis, a la gran mayoría se le realizó la corrección pertinente, sin cambiar el orden ni el sentido de lo escrito por ellos.

4.2.1. La secuencia didáctica

En la primera parte *Construyendo patrones de medida*, en general los estudiantes lograron entender los conceptos de magnitud, medir y patrón de medida.

En el concepto de magnitud, se les solicitó que escribieran frases en donde estuviera la palabra magnitud presente, las más comunes fueron las relacionadas con la magnitud del terremoto, gran magnitud de objetos o cuerpos (grandeza de ellos), y algunas relacionadas a la importancia de algo. Luego, al clasificarlas según su significado, la gran mayoría de los grupos lograron hacerlo de manera asertiva; otros intentaron forzar que la oración para que quedara clasificada, construyendo oraciones con poco sentido. En la construcción del patrón de medida, los alumnos realizaron la actividad siguiendo de manera óptima las indicaciones, sin embargo al realizar los cortes y dobleces solicitados, no quedó con la misma longitud cada medida de la regla patrón. Éste se utilizó para medir huinchas, las medidas de ellas fallaron en algunos valores, debido a lo explicado anteriormente.

Al explicar con sus palabras qué es medir y qué es patrón de medida, para la primera, la gran mayoría utilizó sus propias ideas de manera correcta (mencionando patrón de medida), unos pocos se basaron en lo realizado anteriormente y lo hicieron extensible solamente a longitud o distancia, otros lo hicieron de acuerdo a experiencias anteriores, sin mencionar el patrón de medida. Dos o tres estudiantes retrocedió a los conceptos entregados y explicó (cambiando

algunas palabras) lo que es medir. Para el patrón de medida, la gran mayoría lo asoció directamente con una regla métrica o con la regla patrón, explicando que sirve para medir (longitudes). Algunos explicaron que era “algo” para medir cosas o algo en particular.

En la segunda parte *variaciones proporcionales en contextos concreto y discreto*, una vez que los alumnos se familiarizaron con el uso del geoplano y los elásticos para construir rectángulos proporcionales, se les pregunta si existe alguna relación entre los valores de la tabla llenada por ellos mismo (esta tabla contiene la medida del largo y el ancho de cada rectángulo), los estudiantes encontraron la relación, razón 1:2, pero muchos lo adjudicaron a la operación realizada entre los valores, es decir directamente a la multiplicación o división realizada. Solo seis alumnos relacionaron con la variación, a medida que una columna varía de dos en dos, la otra lo hace de uno en uno. Tan sólo un estudiante observó los rectángulos, diciendo que ellos compartían la diagonal.

La siguiente fase, los alumnos deben completar otra tabla, el objetivo de ésta es observen en ella que las razones (o divisiones) largo:ancho y ancho:largo se mantienen, respectivamente, independiente del rectángulo. Muchos alumnos pusieron atención en todos los valores, indicando que en las celdas resultaban “números pares”, otros estudiantes explicaron que estas dos columnas se mantenían constantes, daba el mismo valor. Sin embargo, hubo un grupo que observó de manera horizontal y de manera vertical, explicando que “*En la columna del ancho sube 1 número y del largo de a 2 en todas el largo dividido por el ancho de 2, el ancho dividido por el largo 0,5. Y en el largo multiplicado por el ancho y el ancho multiplicado por el largo es lo mismo, ya que el orden de los números no altera el producto*”, logrando el objetivo de de la tabla.

Los alumnos deben completar otra tabla, la cual pretende que los alumnos observen la relación y proporción externa que existe entre los rectángulos, a diferencia de la anterior que era para observar la proporción interna. Once de los alumnos no entregó respuesta a este ítem y es posible que sea porque no lograron observar nada en especial, continuando con las actividades siguientes. Algunos estudiantes, al parecer del mismo grupo de trabajo, lograron describir lo sucedido, relacionando entre sí los valores de las columnas, por ejemplo que dos de ellas (la dos y la cuatro) da el mismo resultado.

Al reconocer similitudes, diferencias y mencionando características de los rectángulos, algunos estudiantes reconocen que comparten la diagonal, otros comentan que tienen la misma forma y solo tres complementan ambas respuestas (comparten la diagonal y son proporcionales). En las diferencias, la gran mayoría aseguró que eran de diferentes tamaños y solo algunos de éstos reconocieron que eran diferentes y que iban aumentando el tamaño (se cree que lo relacionaron con la proporción).

La tercera parte, identificada como *la diagonal y la recta que la sustenta*, trabajaron con ayuda del computador para relacionar, tal como lo indica el nombre, la diagonal con la recta que la sustenta. Después de haber experimentado con distintos rectángulos, incluidos los hechos en el geoplano, debieron crear rectángulos con la misma base y posición, haciendo variar la altura, de tal manera de observar cómo va creciendo el ángulo de inclinación de la recta (que sustenta a

la diagonal del rectángulo) con respecto a la horizontal. Para ello deben explicar lo observado, ocho de los alumnos lograron determinar que el valor de la razón variaba, pero no explicaron por qué sucedía; la gran mayoría solo fijó su atención en el cambio de tamaño y forma. Esto puede deberse a que faltó por precisar en las indicaciones que los valores que le dieran a la altura debían ir de manera creciente o decreciente (y no escribir números de manera aleatoria). Al realizar la misma actividad, pero haciendo variar esta vez la base, los comentarios se dirigen a la medida de los rectángulos y la de sus diagonales, sin embargo solamente dos alumnos hicieron la relación entre la razón y la medida de la diagonal, explicándolo desde la proporción inversa.

Al momento de experimentar con cuadrados y hacer las conclusiones de la fase, la gran mayoría de los alumnos lograron observar que la razón entre la altura y el largo del cuadrado es la misma, indicando en muchos casos que es 1 (debido a la división que se realiza); para identificar qué compartían estos rectángulos, mencionaron la diagonal principal y la secundaria (se cree que se referían a la inclinación de ellas), además comentaron que los lados eran proporcionales. Es importante comentar que en esta fase, muchos de los alumnos no respondieron todos los ítems, y esto se adjudica a la falta de tiempo para terminar la actividad. En la conclusión, no todos respondieron, pero se rescata la explicación de tres estudiantes, los cuales indicaron *“que todos los lados que sean proporcionales tendrán la misma razón”*, creyendo que se relacionó los lados con los rectángulos, es decir, los rectángulos que tiene los lados proporcionales tienen la misma razón.

Como se indicó anteriormente, la muestra de estudiantes provienen de dos cursos, debido a ello es que muchos (los de un curso) no alcanzaron a realizar el desafío, ya que no alcanzó el tiempo para hacerlo y los computadores no estuvieron disponibles para una posterior continuidad de la actividad. Sólo cinco alumnos completaron y realizaron el desafío, a través del cual debían relacionar al rectángulo áureo con la medida de la pendiente de la recta que sustenta a la diagonal de éste. Al parecer los cinco encontraron la información desde la misma página de internet, respondiendo a lo pedido e intentaron hacer el dibujo con las indicaciones encontradas. Sin embargo, no lograron hacer la relación con la pendiente (que es el número áureo).

4.2.2. El sistema de evaluación

A continuación se hará una descripción de las producciones estudiantiles por instrumento.

4.2.2.1. Test Diagnóstico

En esta descripción se entregará solo la cantidad de alumnos que respondió correcto a cada uno de los ítems de opción múltiple, y finalmente, los dos ítems que son de pregunta abierta se entregará más detalladamente la descripción.

El primer ítem “una magnitud física es:” tiene como respuesta correcta la alternativa a (una propiedad de un objeto que puede ser medida). Los alumnos que respondieron correcto son 17 de un total de 23.

El ítem “La acción de medir una longitud consiste en:”, tiene como alternativa correcta la indicada con la letra b (Determinar las veces que cabe una longitud patrón en la longitud que se mide). La respuesta correcta fue elegida solamente por 3 alumnos.

Para el ítem “Un patrón de medida es:”, la cantidad de alumnos que respondió asertivamente a él son solamente tres, marcando la alternativa c (Cantidad de magnitud acordada para medir).

En el cuarto ítem “La diagonal de un rectángulo es:” fue marcada correctamente por cuatro estudiantes, quienes eligieron la opción d (Segmento que une dos vértices opuestos -no contiguos- del rectángulo)

En el ítem “En la frase ‘El pendiente que compré lo utilizaré en la fiesta’ la palabra subrayada se refiere a:”, la alternativa correcta corresponde a la identificada con la letra d (arete con adorno colgante o sin él). En éste, la cantidad de alumnos que respondió correctamente aumentó de acuerdo a los ítems anteriores, llegando a 18.

El sexto de los ítems de este instrumento, tiene relación con el anterior. El encabezado de éste es “En la frase “El trabajo quedará pendiente para la próxima clase” la palabra subrayada se refiere a:”, y la alternativa correcta es la c (Que está por resolverse o terminarse). La cantidad de alumnos también es considerable, llegando a los 18.

En el ítem “En la frase ‘Algunos de los caminos del Cerro San Cristóbal tienen una pendiente muy pronunciada’ la palabra subrayada se refiere a:” la respuesta, considerada correcta fue elegida por 22 estudiantes, quienes marcaron la alternativa b (Medida de la inclinación de una recta o de un plano). La gran mayoría de los estudiantes acertó en la respuesta de este ítem, al hacer un análisis paralelo con los estudiantes que respondieron el cuestionario de preguntas abiertas, se interpreta que influyó que fuera éste un reactivo con alternativas, aumentando la significación propia de los alumnos con respecto al concepto de pendiente como variación proporcional.

El reactivo “En la frase ‘Debo estar pendiente de lo que suceda en clases’ la palabra subrayada se refiere a:” tiene como respuesta correcta la alternativa a (Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede). En éste, 19 alumnos respondieron correctamente.

En el noveno ítem, en el cuál se les presentan tres posibles características de una familia de rectángulos

De las siguientes afirmaciones ¿cuál o cuáles son características de una familia de rectángulos?

Los rectángulos:

- I. Deben tener sus lados de las mismas medidas, y con ello, las mismas medidas de perímetro y área
- II. Deben tener sus lados proporcionales, y con ello, área y perímetro proporcionales también
- III. Deben compartir la diagonal, es decir, sus diagonales se encuentran en una

misma línea.

- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) I y III
- d) II y III

No hay respuesta correcta, debido a un error en las alternativas

En el reactivo “Miguel puso una rampla para lanzarse en bicicleta sobre un cajón de madera, de tal manera de que tuviera la mayor inclinación posible ¿cuál de los siguientes cajones utilizó?”, la alternativa considerada correcta es la c, en la cual la misma rampa se encuentra sobre el cajón más grande (la variación de la altura se hace máxima, siendo así la pendiente mayor en relación a la horizontal o “suelo”), y fue marcada por 21 de los estudiantes.

En el siguiente ítem los estudiantes debían reconocer el punto en donde la cuerda tenía menor pendiente, contextualizada la situación en un problema, y solamente 4 alumnos respondieron erróneamente.

Cuando a los alumnos se les planteó el problema de ordenar los techos de las casa, de mayor a menor pendiente, la gran mayoría acertó en la respuesta, llegando a 21 el número de alumnos que marcó la opción correcta.

Los alumnos, en el siguiente reactivo, debían ordenar tres trazos (de distintos tamaños) de menor a mayor, pero considerándola inclinación de éste con el suelo. El contexto del problema relacionaba cada trazo a una persona y se les preguntaba quién de ellos ganó, si para ganar debía dejarlo con la menor pendiente. La respuesta correcta apuntaba a un triple empate, siendo 14 estudiantes los que marcaron la opción adecuada.

En el penúltimo ítem de selección múltiple, se les presentaba tres gráficos que representaban la venta de pan en tres locales diferentes, con la salvedad que las variables se encontraban intercambiadas en los ejes. Los alumnos debían marcar la opción que indicaba una frase verdadera respecto a las tres representaciones. El número de alumnos que marca la alternativa correcta no logra superar los 15.

El reactivo en el que deben reconocer, entre tres afirmaciones, cuales o son verdaderas respecto a la pendiente de una recta, las alternativas entregadas no correspondían respecto a lo tratado en la secuencia, por lo tanto no es relevante realizar un análisis de éste ítem.

En el primer reactivo de pregunta abierta, los estudiantes que respondieron correctamente y su justificación hacía válida su respuesta fueron tres, ya que ordenaron los trazos y justificaron respecto a la pendiente de éstos.

Al representar el problema anterior en un plano cartesiano, solamente un alumno logró relacionar cada trazo con una recta en el gráfico correctamente, otros relacionaron algunos de los trazos. Dos alumnos, a pesar de no responder correctamente todos los trazos, hicieron una observación relevante y similar: “mientras más alta sea más inclinada”, es decir al observar las rectas en el

cuadrante I, mientras más cerca se encuentre la recta al eje Y, mayor será su inclinación.

4.2.2.2. *Ficha de aprendizaje*

En la primera ficha, la gran mayoría de los estudiantes logró reconocer cuál era el problema que se planteó en la clase, sin embargo en la segunda no se logró este objetivo, muchos dejaron en blanco el espacio determinado para responder, solamente alrededor de 3 alumnos si lograron reconocer el problema.

En general, ambas fichas describen, a través de las producciones estudiantiles, cómo muchos alumnos respondieron a lo solicitado tan solo por no dejar en blanco la respuesta, y otros se atrevieron a dejarla sin respuesta. Algunos, al momento de explicar el problema y cómo procedió para resolverlo, explicaron desde las habilidades básicas y generales para desarrollar cualquier actividad, y no la específica para resolver el problema planteado. Pocos estudiantes (alrededor de 3) lograron entender la especificidad del reactivo, explicando lo realizado.

El sentimiento más común, en la primera ficha, es de comodidad y de bienestar, y entre las fundamentaciones de este hecho se relacionó con lo fácil de la actividad, la ayuda de la profesora, el interés del grupo al trabajar producía más silencio que lo habitual, etc. Dos o tres alumnos declararon haberse sentido mal, debido a la poca comprensión del problema o a la poca habilidad manual al manipular los objetos para dar solución al problema. En cambio en la segunda ficha, el sentimiento de bienestar decreció, integrándose más respuestas en blanco y sentimiento de incomodidad, fundamentando que no entendió el problema o las instrucciones.

Para expresar sus sentimientos al trabajar en grupo, la gran mayoría expresó haberse sentido bien, justificando que se aprende más y mejor, si alguno no lo entendía se sentía apoyado, etc. Solamente unos pocos expresaron normalidad en su sentir, sin entregar fundamentos. En la segunda ficha, disminuyó el sentimiento de comodidad, debido a que muchos dejaron sin responder el reactivo, sin embargo se logra interpretar que el apoyo es fundamental en el trabajo en grupo.

Al igual que el ítem en dónde debían explicar el problema, la gran mayoría relacionó algunos elementos tratados en “la clase”. Nuevamente se repite la constante de que muchos estudiantes dejan sin responder el reactivo, y solamente algunos logran reconocer el trabajo con rectángulos.

En el ítem que tiene relación con el reconocimiento de habilidades para explicar a otros lo entendido, en la primera ficha los estudiantes lograron describir varios elementos de “la clase” o sesión para explicar a un compañero, sin embargo hay estudiantes que ese aspecto lo descartan de inmediato, no se sienten capaces de explicar. En la segunda ficha, baja considerablemente el número de alumnos que responde el ítem, y aquellos que respondieron, sólo describieron las acciones realizadas en la sesión, dejando de lado el trasfondo de la actividad.

4.2.2.3. “Lo que creo que sé” o KPSI

En el listado de entendimientos previos a la explicación, a nivel general, 20 alumnos declararon reconocer más del 50% de las habilidades enumeradas. Solamente cinco estudiantes declara reconocer las habilidades como ya apropiadas, llegando en muchas de ellas a saberlo y explicarlo a otros.

Al desglosar por ítem, en el que indica reconocer un rectángulo, más de la mitad de los alumnos cree saberlo y poder explicarlo. El reactivo relacionado con reconocer los lados y la diagonal de un rectángulo, la mitad admite por lo menos saberlo, y diez de los estudiantes no se encuentra seguro de saberlo.

El ítem que despliega la habilidad de utilizar un patrón de medida, al parecer no reconocieron lo que es el patrón de medida, inclinándose la mayoría entre saberlo y creer hacerlo.

Al momento de reconocer similitudes entre figuras geométricas, diez del total de estudiantes cree saberlo, y la misma cantidad de alumnos por lo menos sabe hacerlo. En cambio, al establecer diferencias el número de alumnos que reconoce saberlo asciende, llegando a más de la mitad.

Se les planteó la habilidad de identificar regularidades geométricas, los estudiantes en mayoría se encuentra inseguro de saberlo o simplemente no lo sabe.

El segundo KPSI, solamente un alumno no alcanzó el 50% del listado de habilidades, y por otro lado, un alumno reconoce saber y además sentirse capaz de explicar a otro todas las habilidades mencionadas.

Realizando el análisis por ítem, en aquel que se expresa reconocer la diferencia entre la base y la altura de un rectángulo, más de la mitad de los alumnos establece que sabe hacerlo, encontrándose la mayoría de los estudiantes en la categoría de saber además explicarlo a otros.

La habilidad de comprender lo que es una razón matemática, la mitad del grupo se encuentra inseguro de saberlo, se cree que por lo menos recuerdan haber tratado alguna vez el contenido.

En el reactivo relacionado con las similitudes y diferencias entre un cuadrado y un rectángulo, los estudiantes se inclinaron en mayoría a la opción de saberlo, y ningún alumno cree no saberlo.

El ítem relacionado con ubicar un punto en el plano cartesiano, las opciones se encuentran dispersas, y la que tuvo más frecuencia es aquella que declara creer saberlo. Solamente cuatro alumnos marcan la opción “no lo sé”. Es importante comentar que un alumno marcó dos opciones en este reactivo, no encontrando preferencia mayor por alguno de ellos (entre creer saberlo, y saberlo y además poder explicar a otros). Para efectos del análisis, este alumno no se consideró en este ítem.

Finalmente, el reactivo que menciona la habilidad de reconocer la inclinación de una diagonal antes de graficar el rectángulo (en donde implícitamente se encuentra el concepto de pendiente como variación), la mitad declara que sabe hacerlo, sin embargo son cinco estudiantes que marcaron la opción que indica no saber hacerlo.

4.2.2.4. Autoevaluación

El análisis de este instrumento, ítem por ítem, se encuentra en el apartado de los análisis. Sin embargo es relevante resaltar las producciones estudiantiles en dos reactivos, que son los que tienen relación con avance de cada uno de ellos en el recorrido de la secuencia, interconectado con el ámbito del saber.

Cuando se solicitó que marcaran la opción que identificara la habilidad de transferir los contenidos y de comprender las situaciones problemáticas, la mayoría reconoció que a veces logró estas habilidades, llegando a una frecuencia de 9 de los 23 estudiantes. Es importante mencionar que hubo dos alumnos que creen no haberlas logrado, coincide que ellos son los que en todas los reactivos de este instrumento marcaron, por lo general, la opción “nunca”.

Casi todas las notas auto-asignadas después de completar esta evaluación son de aprobación (mínimo un 4,0), sin embargo hay estudiantes que no fueron consecuentes con lo que respondieron en el instrumento. En el apartado de anexos se encuentra detallado este análisis.

4.2.2.5. Post-test

Para la descripción de las producciones estudiantiles en este instrumento se realizará a nivel general por ítem.

Los estudiantes debían explicar con sus propias palabras lo que entendieron de lo que es una magnitud física. En este reactivo, que es el primero del pos-test, no lograron expresar de manera óptima lo que es, refiriéndose a algunas magnitudes específicas como longitud, peso, fuerza, volumen, etc. En los ejemplos entregados se logra interpretar que hubo entendimiento, pero nuevamente los redactan en función a alguna magnitud en específico.

El segundo ítem tenía relación con la acción de medir una longitud, en éste solamente tres estudiantes lograron responder a lo solicitado de manera correcta, que tiene relación con sobreponer el patrón de medida para conocer “cuantas veces cabe” en el objeto a medir. Sin embargo, los demás estudiantes explicaron desde el mismo concepto como por ejemplo “*En ver lo que mide algo*”.

Al describir con sus palabras el patrón de medida, los alumnos lograron entender la utilidad de este y cómo se utiliza para medir, algunos de los estudiantes lo explicaron desde la experiencia realizada para construir un patrón.

Los estudiantes lograron dibujar la diagonal de cuatro rectángulos, sin embargo en la explicación verbal, solamente uno de los alumnos explicó que era una “línea” que va de un vértice al otro opuesto. La interpretación que da a este hecho es que a los estudiantes les falta comprender conceptos matemáticos para entregar una definición más acertada.

En el reactivo en donde debían escribir tres frases en donde se considerara la palabra pendiente como medida de inclinación, solamente tres alumnos lo hicieron correctamente. Algunos no respondieron y otros crearon oraciones pero considerando la pendiente con sus otros significados.

Al momento de identificar características de una familia de rectángulos, los estudiantes debían justificar, sin embargo la única opción que si correspondía a una característica, la gran mayoría acertó, sin entregar una justificación válida o simplemente no haciéndolo. Solamente dos alumnos entregaron justificación desde la proporcionalidad de esta familia de rectángulos.

Los dos ítems que relacionan el concepto de pendiente con la inclinación de una tabla posada sobre un cajón para desplazarse en patines, los estudiantes en general respondieron de manera acertada, dibujando las tres opciones solicitadas y fundamentando de acuerdo a su concepción de “mejor” o “peor” opción.

En el reactivo que contextualiza la pendiente como inclinación de techos, los alumnos entregaron muy buenas justificaciones de porqué le adjudicaron un orden específico a las imágenes. Un alumno no respondió el ítem y otro no entregó un orden justificado, considerando errónea su respuesta.

Los estudiantes en el ítem donde debían desligar la concepción de que la pendiente o inclinación de un plano depende de la longitud del trazo marcado (problemas de las varas clavadas en un ángulo de 60°), en mayoría no respondió correctamente, tan solo ocho de ellos lo logró.

El reactivo en donde debían reconocer si las afirmaciones entregadas, respecto a la pendiente de una recta, eran verdaderas. La primera de ellas relacionaba la pendiente con de la recta con su expresión algebraica en su forma principal, no alcanzó a tratarse en la secuencia, por lo tanto seis alumnos acertaron en su respuesta, sin embargo la justificación no corresponde para el caso. La segunda frase, que declaraba a la pendiente como el valor del ángulo de inclinación de una recta respecto a la horizontal (que era falsa) solamente dos contestaron correctamente y sin justificación. Finalmente, la afirmación que era verdadera (razón entre la variación de abscisas y la variación de ordenadas en su gráfica), aproximadamente cinco alumnos la respondieron correctamente, y la justificación entregada por ellos no es correcta.

El ítem en que se debía relacionar el concepto de pendiente como variación, los estudiantes que respondieron correctamente y su justificación validaba su respuesta fueron nueve estudiantes. Algunos justificaron respecto a la altura que se encuentra, no haciendo alusión a la pendiente de los trazos. El número de alumnos que no respondió el ítem es considerable, y puede deberse a la falta de tiempo para terminar el post-test, o simplemente no intentaron responderlo.

En el último reactivo del post-test, que orienta el problema del ítem anterior en el plano cartesiano, los alumnos que relacionaron correctamente todos los trazos con la recta que representaba a cada uno de ellos, fueron cuatro. Varios estudiantes lograron relacionar solamente algunos de los trazos, y entre ellos, se encuentra un estudiante que hizo un comentario relevante respecto a las pendientes, “Mientras más alta era más aumenta la diagonal y más se inclina”, esta idea se interpreta desde la variación de la altura (lado vertical) del rectángulo que contiene cada trazo.

4.2.3. Contraste del test diagnóstico y el post-test

A continuación, se realiza un contraste de ambos test, el inicial y el final, de tal manera de dar paso a las conclusiones.

Considerando el reactivo relacionado con el concepto de magnitud, hubo retroceso, ya que al momento de explicar sus entendimientos con sus propias palabras, se enredan y hacen referencia en magnitudes específicas.

En el ítem referido a la acción de medir, a nivel general no hubo avance ni retroceso, ya que se mantiene el entendimiento, cuando debían explicarlo a través de ejemplos, utilizaron situaciones en donde midieron en la secuencia, específicamente al medir los lados de los rectángulos en el geoplano, la longitud de una huincha, etc.

En la concepción de un patrón de medida se logró tener un avance significativo, desde tres alumnos que marcaron la alternativa correcta en el diagnóstico, a más de la mitad de ellos explicando de una manera entendible y correcta lo comprendido.

El entendimiento de diagonal de un rectángulo, no se encuentra verbalmente correcta, tanto al marcar la alternativa en el diagnóstico como al explicarlo con sus palabras en el pos-test. Sin embargo los estudiantes reconocen gráficamente una diagonal, ya que la gran mayoría dibujo correctamente una de ellas en un rectángulo.

Al relacionar la respuesta entregada en el diagnóstico con la del pre-test en la contextualización de la palabra pendiente como medida de inclinación, hubo retroceso, ya que disminuyó considerablemente el número de aciertos. Es posible que sucediera, entre otras posibilidades, debido a que no comprendieron lo leído en el encabezado del ítem en el post-test, ya que muchos crearon oraciones en cualquiera de los contextos.

El reactivo relacionado con las características de una familia de rectángulos quedó invalidado en el diagnóstico. Por esa razón no se realiza un contraste.

En los ítems que relacionan la inclinación de un plano respecto a la horizontal (suelo), no hubo avance respecto del diagnóstico, sin embargo se mantuvo la idea. Esto se puede deber a la contextualización familiar del problema para los estudiantes.

En el problema en donde se contextualiza la noción de pendiente como inclinación de techos, hubo avance. Este hecho se considera debido a las justificaciones asertivas y relevantes al problema que entregaron los alumnos en el post-test, ya que en el diagnóstico solamente debían marcar una alternativa.

En el reactivo donde debían relacionar la pendiente como medida de inclinación respecto al suelo, hubo un gran retroceso, de catorce que marcaron la alternativa correcta en el diagnóstico, a ocho que respondieron correctamente en el post-test.

Al invalidarse el ítem 15 de la prueba de diagnóstico, no se puede realizar un contraste con el reactivo correspondiente del post-test.

El ítem que considera la pendiente como variación, hubo un avance significativo, ya que el número de alumnos que entregaron una justificación correcta en el contexto del reactivo aumentó de tres a nueve.

El último reactivo de ambos instrumentos, contextualiza el problema del anterior en el plano cartesiano. El avance a nivel de grupo se duplicó (de dos a cuatro estudiantes), en donde las justificaciones mejoraron.

4.3. Contraste de conjeturas y producción estudiantiles

En este apartado, se entregará el contraste entre lo conjeturado y las producciones de los estudiantes, mencionando solo los aspectos más fundamentales y representativos.

En la primera fase de la secuencia, la diferencia más significativa tiene relación con las frases de magnitud solicitadas, éstas en muchos casos fueron creadas de manera forzada, perdiendo el contexto familiar que se pretendía que tuvieran. Al momento de crear el patrón de medida, al realizar cortes y dobleces, perdieron algunos milímetros, cambiando los valores conjeturados en muchos grupos, sin embargo no se perdió la finalidad de esa actividad. Al escribir con sus propias palabras lo entendido en patrón de medida y en medir, las respuestas se encuentran similares a las conjeturadas.

La segunda parte de esta fase, los estudiantes lograron todos los aspectos conjeturados, incluyendo los que hacen alusión a la manera en que realizaron la actividad. Si bien la forma de trabajo en esta parte era en grupo, en muchos de ellos hubo alumnos que no trabajaron, dejando a uno solo de ellos a cargo de realizar las acciones con el geoplano y el llenado de tablas. Este aspecto juega en contra de aquellos estudiantes debido a la poca participación en la secuencia, y en consecuencia, al entendimiento de los aspectos tratados en ella. Al definir lo comprendido de Medir y Patrón de medida, los alumnos generaron frases similares a las conjeturadas, basándose en la experiencia de la secuencia o en experiencias previas. Solamente alrededor de dos alumnos dejaron en blanco esta conceptualización, observándose mayor participación de los alumnos y mejora respecto de las conjeturas.

En la ficha de aprendizaje, tal y como se conjeturó, los alumnos expresaron haber sentido bien ya que reconocieron que fue una actividad diferente y de tratamiento de conceptos desde otra mirada (competencias de pensamiento variacional). Al reconocer los aspectos de relacionados con la primera sesión, no se logró lo esperado, habiendo muchos estudiantes que dejaron en blanco esos aspectos o simplemente respondieron en base a habilidades básicas como a trabajar en grupo, a reconocer que una palabra tiene muchos significados, etc.

Al comenzar la segunda parte, se inicia con el KPSI, los estudiantes reconocen, por lo menos creer saber varios de los aspectos, y respecto al de reconocer similitudes entre figuras geométricas, efectivamente no todos reconocieron saberlo, encontrándose la gran mayoría en los niveles más bajos de la clasificación. En esta parte, la forma y contenido al llenar la tabla cumplió con lo conjeturado, incluso en la actividad realizada con el geoplano. Se produjo diferencias respecto a las conjeturas en la segunda tabla, ya que no todos los

grupos la llenaron debido a la falta de tiempo que no se consideró en el diseño de la secuencia. Al reconocer similitudes y diferencias, algunos grupos lograron reconocer la proporcionalidad de los rectángulos, la gran mayoría solamente reconoció que compartían la diagonal o que eran de tamaños diferentes pero parecidos (semejantes). El plenario en esta parte no se logró, perdiendo el aspecto de evaluación formativa y de cierre, para validar las competencias alcanzadas. La ficha de aprendizaje de esta sesión, no logra a cabalidad lo conjeturado, ya que muchos alumnos expresaron no haber entendido, por ende, no respondieron con fundamentos claros aquellos reactivos que se referían a la explicación de lo tratado, es decir, explicaban en base a competencias básicas y no relevantes a la secuencia. Es plausible conjeturar el sentimiento de bienestar expresado en la primera ficha bajó considerablemente.

En el segundo KPSI, las conjeturas de vieron disminuidas respecto a las producciones, ya que más alumnos reconocieron por lo menos saber o creer saberlo, la gran mayoría de las habilidades. Es importante recalcar que en reactivo de reconocer la pendiente de la diagonal de un rectángulo antes de graficarla, más estudiantes de los que se creía reconocieron por lo menos creer saberlo, siendo un aspecto favorable para el desarrollo de la sesión. La tercera parte, no logró superar ni igualar a lo conjeturado, ya que se esperaba que con el uso del computador se lograra arraigar la noción de la pendiente, sin embargo la gran mayoría solamente realizó las actividades solicitadas de una manera mecánica para llenar las tablas, sin observar de manera clara cómo aumentaba o disminuía la pendiente de la diagonal, dependiendo de qué valores se hiciera variar. Para finalizar esta fase, se les planteó un desafío que tenía por objetivo relacionar la pendiente de un rectángulo más bello con el número de oro, sin embargo la atención se fijó en crear uno más que en las características especiales que tenía.

En los ítems relativos a la extrapolación y comprensión de los problemas, en la autoevaluación, los alumnos declararon haberlo logrado sólo en algunas ocasiones, lo cual se encuentra fuera de lo conjeturado, ya que se esperaba que lo logran en la secuencia completa.

En general, se tenía una visión más amplia de las competencias que lograrían los estudiantes. Esto se generó principalmente por la falta de tiempo para realizar una retroalimentación y una puesta en común de los aprendizajes a través de los plenarios.

4.4. Características del sistema de evaluación configurado

El sistema de evaluación fue configurado para medir competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente. Esta medición se realizó de modo concurrente al desarrollo de la secuencia.

Esta configuración se realizó a partir de las competencias de pensamiento variacional mencionadas en el marco teórico (apartado 2.6.1.), y de acuerdo a ello, se crearon las tablas de especificación del Sistema, las cuales se encuentran disponibles en los anexos (anexo 6). Estas tablas se realizaron de acuerdo a los aspectos que se consideraron para evaluar en cada instrumento.

Considerando la dimensión de la evaluación, todos los instrumentos

evaluaron el *saber hacer*, es decir, si el estudiante supo qué hacer en cada una de las actividades y reactivos, en base a las competencias de pensamiento variacional de noción de pendiente correspondiente. De la misma manera, todos los instrumentos también evaluaron el *saber*, que mide qué y cuánto apropió los contenidos tratados en la secuencia y previos a ella, dependiendo de la temporalidad (que se explicará en los párrafos siguientes). Respecto al *saber ser y hacer con otros*, los instrumentos que evaluaron este aspecto son aquellos en donde se trabajaba en grupo o se hacía mención de estas actividades, a saber: Fichas de aprendizaje, Autoevaluación y las Producciones Estudiantiles (si bien no se consideró un instrumento del sistema, se realizó evaluación de ellas). Finalmente se consideró el *ser*, aspecto que evalúa valores y aptitudes adquiridas antes y durante las actividades y reactivos, estos instrumentos son: KPSI, fichas de aprendizaje, autoevaluación y producciones estudiantiles.

Otro aspecto que se consideró es el relativo a los actores o agentes que realizan la evaluación. Aquellos instrumentos en donde quién evalúa es el mismo estudiante, son KPSI, fichas de aprendizaje, y, tal como lo indica su nombre, la autoevaluación. El docente realiza una evaluación en el Diagnóstico, las fichas de aprendizaje (este instrumento tiene doble evaluador, docente y alumno), el post-test, y las producciones estudiantiles (que al igual que en las fichas de aprendizaje, docente y alumno evalúan). Solamente en las producciones estudiantiles, más bien durante la actividad, los estudiantes valoran y miden constantemente el hacer de sus pares. Otro instrumento que se aplicó en la secuencia es el Plenario, sin embargo éste no se realizó debidamente, ya que faltó tiempo para cerrar las sesiones y esta retroalimentación se realizó vagamente por el docente.

También se consideró el ámbito de evaluación, en donde el procedimental Cognitivo se encontraba presente en todos los instrumentos. Este aspecto, tal como lo indica su nombre, evalúa el desarrollo de procedimientos y cognición del alumno. El aspecto Afectivo Emocional, se encontraba presente en el KPSI, fichas de aprendizajes, autoevaluación y en las producciones estudiantiles; evaluando el cómo se sintió y qué sintió al vivir la secuencia, de manera personal y grupal. El aspecto valorativo estaba presente en KPSI, fichas de aprendizaje, autoevaluación y producciones estudiantiles.

Considerando el tipo de instrumentos, respecto a la función de ellos, se consideró la *Evaluación Diagnóstica*, este aspecto se encuentra implícito en el test diagnóstico y en el KPSI (diagnóstico de cada secuencia, evaluado por el propio estudiante); *Evaluación Formativa*, implícito en KPSI (al momento de vivir la secuencia), las fichas de aprendizaje y las producciones estudiantiles; y *Evaluación Sumativa*, los instrumentos que tenían esa función son el post-test y la autoevaluación.

De acuerdo a temporalidad, el diagnóstico y los KPSI son iniciales (KPSI tiene esta consideración debido a su aplicación al comienzo de cada sesión); nuevamente KPSI, y fichas de aprendizaje son intermedias; y finales son el pos-test y autoevaluación. Las producciones estudiantiles, al ser producto de lo realizado por los estudiantes en todo el diseño didáctico, tienen las tres temporalidades.

De manera Transversal en todo el diseño didáctico, se obtuvo evidencias de competencias de Pensamiento Científico, específicamente aquellas que apuntan a

Argumentar y Evaluar. La evaluación de competencias cognitivas lingüísticas se presenta también en todo el diseño, ya que son competencias que se interrelacionan con las competencias de pensamiento.

4.5. Rediseño de la secuencia

Un objetivo implícito de esta investigación, es tener a disposición de los maestros un material completo, basado en competencias de pensamiento variacional, en relación a la noción de pendiente. Para ello, a continuación se realizan algunas acotaciones para el rediseño de la secuencia didáctica y del Sistema de evaluación.

Uno de los aspectos que jugó en contra en el alcance de las competencias mencionadas, fue el tiempo de realización de la secuencia. Una primera acotación es realizar en más sesiones la secuencia, proponiendo al docente encargarse de generar al final de cada secuencia una retroalimentación efectiva, además de no pasar a la siguiente fase si no se completó o no se lograron los objetivos en la anterior.

4.5.1. Secuencia didáctica

En la primera parte, después de terminada la fase *Magnitud y sus significados*, es importante hacer un pequeño plenario, de tal manera de verificar el entendimiento de las conceptualizaciones, en todos los estudiantes. En la fase de creación del patrón de medida, se propone también un plenario.

En la segunda parte, se propone un seguimiento de los grupos para verificar que los rectángulos creados en el geoplano (fase 2), sean realmente proporcionales y no se fuercen para que lo sean. Se debe hacer un cierre de la fase dos, haciendo una puesta en común de lo observado en la tabla. La misma situación se presenta en las tablas de la tercera fase, de tal manera de no avanzar con las actividades si se ha distorsionado el objetivo de ellas, observar la proporcionalidad interna y entre los rectángulos creados.

En la tercera parte, se debe dejar que los alumnos exploren con distintos rectángulos para familiarizar el trabajo con el computador. Idealmente debe realizarse en parejas. Al completar la primera tabla, se debe especificar que deben hacer variar solo la medida de la altura de manera creciente o decreciente, ya que si utilizan cualquier número al azar, se pierde el sentido de completar la tabla. Además se debe especificar que deben dejar fija las coordenadas del vértice inferior izquierdo y la medida de la base. La misma especificación se debe entregar para llenar la tabla siguiente. Al finalizar con las observaciones que se encuentran después de las tablas, se debe hacer una puesta en común. En el desafío, se debe hacer agregar una pregunta más, haciendo alusión directamente a la pendiente de la diagonal de los rectángulos áureos, haciendo una réplica de ellos en el mismo archivo de Excel en el que trabajaron anteriormente.

4.5.2. Sistema de Evaluación.

En el test diagnóstico, se debe corregir la segunda afirmación del ítem 9, redactando “Deben tener sus lados proporcionales”, de esa manera la respuesta correcta sería la d.

El reactivo 15 debe modificarse, de manera que no evalúe el conocimiento de la pendiente de una recta en su forma general, ya que ese contenido generalmente es posterior al de la noción de la pendiente de una recta o simplemente se justifica en que la secuencia no trata la ecuación de la recta en su forma general. La propuesta para su mejoría es integrar en la primera afirmación “longitud de un trazo de una recta”. Además se debe incorporar en las alternativas, la correcta, es decir, “Solo III”

En el post-test, en los reactivos 8 y 9, se debe incluir la señal de que una rampa, en este caso, se considerará un trozo de madera recta, ya que muchos de los estudiantes dibujaron una rampa curva como aquellas instaladas en muchos centros de práctica de skate o bicicleta que se encuentran en espacios juveniles. En el ítem 10, se debe identificar con letras o números cada uno de las imágenes, para que ellos, tomando esos valores, puedan ordenarlos. En el reactivo 12 se debe quitar la primera afirmación, reemplazándola con “longitud de un trazo de la recta”.

Finalmente, para el ítem que contextualiza la noción de pendiente en el proyecto de instalación de otro teleférico en el cerro San Cristóbal, en el test diagnóstico y el post-test, se propone que el encabezado debería expresar lo siguiente “Si consideramos que la dificultad de la instalación de cada trazo es respecto a la pendiente de éste, entonces ¿Cuál crees tú que será el trazo más difícil de instalar? ¿Y el trazo que menos dificultad se tendrá en instalación? Fundamenta tu respuesta.”

4.6. Análisis crítico del sistema evaluativo configurado

Tomando en consideración que un sistema es un conjunto organizado de elementos diferenciados, cuya interrelación e interacción supone una función global, y más específicamente, siguiendo a Díez (2008), que un sistema evaluativo es un *“conjunto de componentes ordenados y dinámicamente relacionados (...) (cuya) finalidad esencial (...) (es) valorar el aprendizaje de los estudiantes, retroalimentar los procesos de enseñanza - aprendizaje y servir de vía de enseñanza y de aprendizaje”* (op. cit. p.55-56).

También hace referencia a diez componentes esenciales ya, los cuales fueron cubiertos por este estudio con el detalle que se describe a continuación:

1. Definición de evaluación del aprendizaje. Funciones de la evaluación: En este estudio se hizo evaluación de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente. Cada uno de los instrumentos complementó al otro, de tal manera, que al observar y analizar las producciones estudiantiles, estas toman consistencia y se puede tomar la decisión de manera más efectiva.

2. Objeto de evaluación. Atributos: El objeto de evaluación para el sistema configurado son las competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, siendo esta última el atributo principal.
3. Objetivos de evaluación: Cada instrumento se confeccionó en base a sus propios objetivos (redactado cada uno de ellos en el capítulo III, específicamente en la descripción del diseño 3.8.2.). Además, cada instrumento, de acuerdo a la temporalidad y en comparación con la secuencia, atendía a ciertas competencias específicas (2.5.1.).
4. Indicadores y criterios que describen el objeto y los objetivos: Los indicadores y criterios que describen el objeto y los objetivos, se relacionó con el listado de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, el cual se encuentra detallado en el capítulo II, referente al marco teórico (específicamente en 2.5.1.).
5. Condiciones de realización. Momentos: Previamente a la realización y aplicación del sistema evaluativo, y teniendo de base la secuencia didáctica, se decidió los instrumentos que serían parte del sistema, entre los que se eligió aquellos que cumplieran con las funciones específicas, por ejemplo, el test diagnóstico debía ser tal que tomara todos los aspectos que se verían en la secuencia. Es decir, se realizó una planificación para la aplicación del sistema de evaluación.
6. Agentes participantes en la evaluación. Tipos de evaluación: Los agentes participantes fueron el profesor y los estudiantes, esto dependiendo del instrumento de sistema que se estaba realizando, la especificación se encuentra en este mismo capítulo en las características del sistema de evaluación configurado. Un ejemplo de ello es el instrumento conocido en este estudio como KPSI, es una evaluación desde la perspectiva propia del estudiante, de manera previa a vivir las actividades de la sesión, describiendo habilidades y competencias de la misma.
7. Técnicas e instrumentos de evaluación: Los instrumentos que forman parte del sistema de evaluación configurado en este estudio responden a diferentes dimensiones, ámbitos, agentes, temporalidad, y función de evaluación, los cuales se encuentran especificados en las características del sistema de evaluación (4.4. de este mismo capítulo)
8. Procesamiento e interpretación de la información. Calificación: Este aspecto se relaciona con el análisis detallado que se realizó de las producciones estudiantiles en todo el diseño didáctico (sistema de evaluación y secuencia didáctica). Las decisiones pertinentes respecto al sistema de evaluación, son específicamente las consideradas para el rediseño.
9. Toma de decisiones: Que se encuentra relacionado con el punto anterior, es precisamente retomar aquellos aspectos en los cuales no se lograron los objetivos para ir especificando el rediseño del diseño didáctico.
10. Análisis de las consecuencias: Al realizar un análisis global de las producciones estudiantiles, de las conjeturas y de la comparación de ellas, tanto en el sistema de evaluación como la secuencia misma (considerada como evaluación también en ciertos aspectos), se logró establecer un rediseño del sistema de evaluación y de la secuencia didáctica.

CONCLUSIONES

Para poder contextualizar la investigación en concordancia con las competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, se recopiló desde los planteamientos educativos de otros países como Colombia, aquellas competencias que se dirigían a la noción de pendiente y se adecuaron a esta investigación, considerando aquellas presentes implícita o explícitamente en los planes y programas de segundo año medio de Chile.

Los avances en investigación respecto al tema central de la tesis, se expone en el capítulo de planteamiento del problema. A nivel general, existen investigaciones relacionadas a la noción de pendiente, trabajada a través de secuencias de actividades para alumnos de la enseñanza superior, específicamente en Colombia. También existen otras investigaciones y proyectos basados en competencias de pensamiento variacional, sin considerar un sistema de evaluación que la respalden, como la secuencia del Proyecto Fondecyt N° 1030413. Esta investigación complementa una secuencia didáctica con un sistema de evaluación para hacerla más consistente.

El sistema de evaluaciones configurado y validado, contempla instrumentos cualitativos y cuantitativos, los cuales fueron complementando a la secuencia didáctica. Estos instrumentos evalúan competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, y además competencias de pensamiento métrico. Esta última especificación se refiere a la necesidad que se generó de adjuntar a la secuencia didáctica actividades relacionadas con conceptos y habilidades para realizar mediciones, previas a las actividades correspondientes a la noción de pendiente. La necesidad de agregar este tipo de actividades, y en consecuencia reactivos en los instrumentos, se debió a la observación previa que se realizó a los estudiantes, esta consistió en que los estudiantes muchas veces al utilizar una regla métrica, no realizan mediciones correctas, errando en una o dos unidades.

El sistema de evaluación se validó, a nivel piloto, en contenido (para el test-diagnóstico y el post-test a través de las tablas de especificaciones de competencias de pensamiento variacional de noción de pendiente, y para el resto de las componentes, se realizó juicio de expertos), en criterio (se aplicó el test diagnóstico a modo de piloto, además de el cuestionario de preguntas abiertas para la creación del anterior), en constructo (se hizo una relación directa entre el marco teórico y el sistema de evaluación), y la validez interna cualitativa (interpretaciones de las producciones estudiantiles lo más objetivas posibles).

Además, es importante agregar que, en paralelo a esta investigación, se realizaron otros estudios relacionados a éste, es decir, diseños didácticos de características similares al de esta investigación, se aplicaron en otros contextos, tales como socioculturales, edad de los estudiantes, y en relación a otras competencias de pensamiento variacional. Ellos en el marco de la línea de investigación en pensamiento y lenguaje variacional de Díaz y cols. (2007).

Los estudiantes, a nivel general, no lograron todas las competencias mencionadas en el desarrollo de la investigación, esto se debió particularmente al tiempo, específicamente al de la aplicación del diseño didáctico al tratar de hacerlo coincidir con las planificaciones del establecimiento en donde se realizó la investigación y no interferir en los tiempos designados para la unidad en que se trata, generalmente la noción de pendiente en segundo año medio.

Sin embargo, de los 23 estudiantes que vivieron el diseño didáctico, por lo menos dos de ellos mostraron avances en la noción de pendiente, logrando en ellos la obtención de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente.

Tal como se mencionó en el apartado de metodología, la muestra fue intencionada y en relación a la cantidad de alumnos que asistió a todas las sesiones. Sin embargo, en este grupo se encontraban tres alumnos con una necesidad específica, ellos son sordos. Como la secuencia didáctica y el sistema de evaluación se encontraban dirigidos para alumnos con sus capacidades auditivas y lingüísticas desarrolladas, se tuvo que descartar a los alumnos sordos. Este hecho hace que se generen otros proyectos en relación al trabajo con alumnos con necesidades especiales, específicamente en competencias matemáticas, de manera de integrarlos más a la sociedad educativa y no dejar esta tarea solamente en manos de docentes de educación diferenciada y psico-pedagogos.

Otro aspecto a considerar, es el relacionado a las componentes del sistema de evaluación configurado, en el cual se presentó uno a uno los diez puntos principales, a saber: la definición de la evaluación, el objetivo y el objeto de la evaluación y los indicadores y criterios del objeto y objetivo, se relacionan directamente con la creación del listado de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, la cual tuvo que extraerse y modificarse desde los planteamientos realizados por Colombia, país que en materia relacionada con competencias de pensamiento variacional, contempla más avances que nuestro país, a nivel global. Respecto a Condiciones de la realización, agentes participantes y técnicas e instrumentos de evaluación, todos estos aspectos se relacionan con el planeamiento previo del sistema a configurar y con la creación de las tablas de especificación respecto a cada instrumento, como dimensión de la evaluación, actores que realizan la evaluación, ámbitos a evaluar, función de cada instrumento y la temporalidad de ellos. Las últimas tres componentes se relacionan directamente con el análisis realizado en este estudio, es decir, realización de conjeturas, descripción y análisis de las producciones estudiantiles, contraste entre ambos (conjeturas y producciones estudiantiles), y finalmente el rediseño del sistema de evaluación y de la secuencia didáctica.

Uno de los objetivos implícitos de este estudio es proporcionar un diseño didáctico, basado en competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, a los profesores y profesoras de matemática. Es por ello que, en el capítulo de resultados y análisis de los resultados, se presenta una reestructuración del diseño didáctico, de tal manera de alcanzar las competencias medidas en el sistema de evaluación. En este rediseño se hacen algunas sugerencias para mejorarlo, de tal manera que se pueda aplicar en otros contextos educativos y sociales.

BIBLIOGRAFÍA

Apablaza, J., Carrasco, F., González, D., Ilabaca, F., Paredero, P. y Yáñez, C., (2005), *Entendimientos del profesorado de matemáticas respecto de nociones variacionales presentes en la función lineal*, Santiago, Chile: Seminario para optar al grado de licenciado en educación y al título de pedagogía en matemática e informática educativa.

Arrieta, J. (2003) *Las prácticas de modelación como proceso de Matematización en el aula*. Tesis de Doctorado. Cinvestav-IPN, México.

Artigue, M., Douady, R. y Moreno, L., (1995), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá, Colombia.

Díaz, L. (2010) Documento de Trabajo. Proyecto Diumce 33/10. UMCE. Chile.

Díaz, L., Soto, I., Gutiérrez, E., Ávila, J. y Carrasco, E., (2007), *Las Representaciones Sobre La Variación Y Su Impacto En Los Aprendizajes De Conceptos Matemáticos*, Santiago, Chile: Proyecto Fondecyt N° 1030413

Diez, T. (2008) *Un sistema de evaluación del aprendizaje para la matemática superior en perfiles ingenieros*. Ciudad de La Habana: Editorial Universitaria. Universidad de la Habana. Tesis Doctoral en Ciencias Pedagógicas.

Ferrari, M. (2001) *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de Maestría. Cinvestav. México.

Frola, P. (2008) *Competencias Docentes para la Evaluación, Diseño de reactivos para evaluar el aprendizaje*. Editorial Trillas. México.

Hernández, R., Fernández C., Baptista, P., (2008) *Metodología de la investigación, cuarta edición*. McGraw Hill, México.

Larson, R., Hostleiter, R., Edwards, B. (Sin año) *Cálculo y Geometría Analítica. Volumen 1*. Sexta Edición, McGraw Hill. Madrid.

Lehmann, C. (1998) *Geometría Analítica*. Editorial Limusa, México

Ministerio de Educación, Unidad de Curriculum y Evaluación (2004) *Matemática. Programa de Estudio, Segundo Año Medio, Formación General de Educación Media*. República de Chile.

Ortiz A. y Chandía E, citado de OECD (2003). "The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills". París: OECD. Compilado de ponencias.

Pimienta, J. (2008), *Evaluación de los aprendizajes "un enfoque basado en competencias*. Pearson Educación, México.

Vasco, C., (2006), *Didáctica de las matemáticas. Artículos selectos*, Editorial Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

Páginas Web:

Acevedo, M., Montañéz, J. y Huertas, C. (2007) *MARCO TEÓRICO DE LAS PRUEBAS DE MATEMÁTICAS*ÁREA DE MATEMÁTICAS. Bogotá, Colombia. Consultada el 30 de Mayo del 2009, disponible en:

http://web.icfes.gov.co/web/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=1197

Arrieta, J. (2003) *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral. Instituto Politecnico Nacional, Mexico, Consultada el 28 de Enero de 2009, disponible en http://www.mateduc.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/arrieta_2003.pdf

Bronzina, L., Chemello, G. y Agrasar, M. (2009) *Aportes para la enseñanza de la Matemática*. LLECE. Santiago, Chile. Consultada el 30 de Mayo de 2009, disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001802/180273s.pdf>

Freire, P. (1969) *Pedagogía del Oprimido*. Consultada el 20 de marzo de 2010, disponible en: <http://www.servicioskoinonia.org/biblioteca/general/FreirePedagogiadelOprimido.pdf>

Méndez, A. (Sin año) *Terminología pedagógica específica al enfoque por competencias: El concepto de competencia*, Universidad Católica de Lovaina (UCL), Bélgica. Consultado el 23 de Agosto del 2008, disponible en:

<http://orientacionandujar.files.wordpress.com/2010/01/el-concepto-de-competencia-adelaida-mendez-villegas.pdf>

Ministerio de Educación Nacional (2006). *ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* Consultada el 30 de mayo de 2009, disponible en http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional (sin año). Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Consultada el 30 de Mayo de 2009, disponible en: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113759_archivo.pdf

Sin autor, *Competencias matemáticas específicas o elementos de competencia matemática*. Consultada el 30 de Mayo del 2009, disponible en: <http://plataforma.cep-marbellacoin.org/moodle/mod/resource/view.php?id=3632>

Sin autor (2004), *Criterios de validez y triangulación en la investigación social "cualitativa"*. Consultada el 8 de mayo de 2010, disponible en <http://www.uctemuco.cl/portavozantropologico/articulos/metodo.htm>

Otros:

Ávalos, C (2008) *"Definición de evaluación y sus términos, por Stufflebeam"*. Portafolios electrónicos de fundamentos de la evaluación: CD de apuntes de clases.

Anexos

Listado de Anexos:

A continuación se muestra el listado de los anexos presentes en las siguientes páginas.

1. Ítems de la Noción de Pendiente
2. Tabla de Competencias de Pensamiento Variacional en la noción de Pendiente
3. Transcripción de respuestas a cuestionario de preguntas abiertas
4. Carta informativa de solicitud
5. Modelo de texto de autorización del estudiante
6. Tablas de especificación del Sistema Evaluativo
7. Diseño Didáctico: Secuencia Didáctica y Sistema de Evaluación
8. Análisis de producciones estudiantiles
 - a) Diagnóstico y post-test
 - b) Secuencia
 - c) Autoevaluación
 - d) Fichas de aprendizajes
 - e) Lo que creo que sé o KPSI 1
 - f) Lo que creo que sé o KPSI 2

Anexo 1: Ítems de la noción de pendiente

A continuación se muestra algunos ítems de instrumentos utilizado para evaluar la unidad 5 (según los planes y programas) en la Corporación Textil y de la Confección, que está encargada de los Liceos Politécnicos Pedro de Valdivia y Presidente Manuel Montt, siendo este último el que se utilizará para efecto de esta investigación.

Objetivo/Aprendizaje Esperado: Encontrar la Ecuación de una Recta

1. Completa la siguiente tabla (2 puntos c/u):

Ecuación	Ecuación Principal	Ecuación General	Pendiente (m)	Coeficiente de Posición (n)
$5y - 2 = 3x$				
			-3	5

2. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los siguientes puntos (3 puntos c/u):

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

a) A(-1 , -3) y B(-3 , 5)

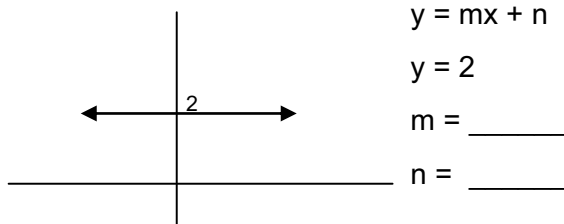
3. Encuentre la Ecuación de la recta, dada su pendiente (m) y un punto de ella (3 puntos c/u):

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

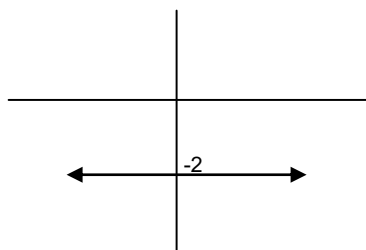
a) $m = -1$ y $(2, -2)$

4. A partir de algunas gráficas especiales de rectas analizan su ecuación, su m y n.

a)



b)



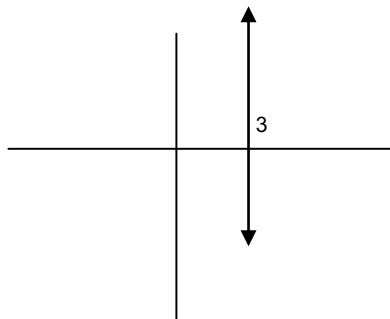
$$y = mx + n$$

$$y = -2$$

$$m = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

c)

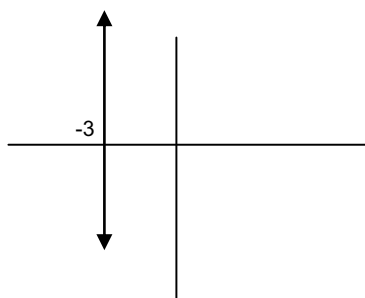


$$x = 3$$

$$m = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

d)



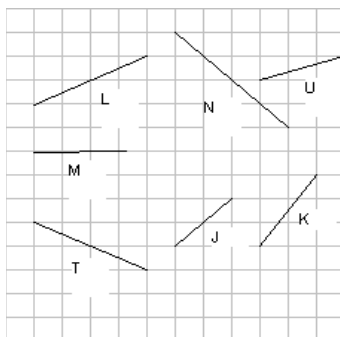
$$x = -3$$

$$m = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

CONCLUSIONES:

5. Medir la pendiente de las rectas en cada caso.



Anexo 2: Tabla de competencias de pensamiento variacional en la noción de Pendiente

Esta tabla se generó a partir de la selección de las competencias de los distintos pensamientos matemáticos (disponible en http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf). Las columnas indican el tipo de pensamiento de donde se seleccionaron, y en las filas el grado, que son los grados de educación en Colombia.

<i>Pensamiento</i>	Numérico y sistemas numéricos	Espacial y sistemas geométricos	Métrico y sistemas de medidas	Aleatorio y sistemas de datos	Variacional y sistemas algebraicos y analíticos
<i>Grado</i>					
<i>Al terminar tercer grado...</i>	Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos. Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional. Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.	Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia. Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.	Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.	Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas. Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos. Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.	Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros). Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas. Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual.

<i>Al terminar quinto grado...</i>	Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.	Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.	Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos). Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.	Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). Interpreto información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).	Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos. Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales. Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales. Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.
<i>Al terminar séptimo grado...</i>	Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en	Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y	Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma		Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas,

	las medidas.	geográfica.	magnitud. Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.		expresiones verbales generalizadas y tablas). Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación). Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.
<i>Al terminar noveno grado...</i>	Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.	Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.			Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

					Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas. Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
<i>Al terminar undécimo grado...</i>			Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.		

Anexo 3: Transcripción de respuestas a cuestionario de preguntas abiertas

A continuación se muestra las respuestas dadas por 17 estudiantes, de un segundo año medio del Liceo Politécnico Manuel Montt, en el cuestionario piloto, aplicado el 18 de mayo de 2009, por la profesora de matemática Sandra Calderón.¹

Cuestionario de preguntas abiertas:

Escribe dos frases en las que aparezca la palabra “pendiente”:

La pendiente del cerro es larga
Todos estan pendiente de la clase

Tienes algo Pendiente conmigo
que lindo pendiente

“Lo vamos a dejar pendiente para mañana”
“Esto (un cerro) tiene mucha pendiente”

Es algo inconcluso: tarea Pendiente
Es estar atento: Estar Pendiente de algo o alguien

Estoy pendiente en la sala de clase
El cerro tiene una gran pendiente

hoy me voy a comprar unos pendientes en la feria
hay la pendiente del cerro esta muy difícil

Estoy pendiente de todo
tengo un trabajo pendiente

La pendiente de una montaña
Un pendiente, un aro

Que lindo pendiente que esta colgado
Que lindo pendiente tienes tu

El trabajo esta “pendiente”
Él esta colgando en la “pendiente”

¹ La transcripción de la producción estudiantil a partir del cuestionario, está hecha de tal manera que se conserva redacción y ortografía de cada estudiante.

La alumna tiene un trabajo pendiente
Me voy comprar un pendiente

Tengo una tarea, pero la dejo pendiente
Tienes algo pendiente conmigo

Estoy pendiente de la micro
Quiero comprar esos pendientes

Mañana te tomo el examen pendiente
El auto cayó por la pendiente

Voy a estar pendiente de ti!!
Estate pendiente de la olla

La pendiente se encuentra en el plano cartesiano.
El punto x es atravesado por la pendiente

¿Qué es para ti la **pendiente**?

Una altura en bajada

Un aro
Algo sin hacer o terminar

Un angulo con recta inclinada como por ej: 130°

Una linea recta pero en bajada. Ej. La pendiente de un cerro

Un aro, y una linea recta en bajada

Algo que va bajando como el cerro, o tambien un aro.

Algo que no e terminado

Algo que va en bajada o un aro o que se deba algo

Aro

Algo inconcluso o estar atento, tiene demaciados significados.

De algo que no he hecho que debo
Pendiente presta atención

Para mi es: quedar atrazado con una tarea u otra cosa y dejarlo para otra ocasión

Como ir de bajada

Pendiente es algo inconcluso
 Pendiente puente, avismo

Algo que tengo en mente y que pronto realizare

Es la distancia inclinada y máxima entre dos puntos

Es el punto maximo en la ecuación de la recta

En matemática ¿has escuchado la palabra “pendiente” alguna vez? ¿Cuándo?

Si pero no me acuerdo

No, nunca

No, lo he escuchado pero en matematicas no.

No

No, nunca la e escuchado

Si, cuando hablamos de ecuación de la recta

En la ecuacion de la recta

Enuncia tres frases matemáticas donde aparezca la palabra pendiente

Marca la pendiente de la figura
 Calcula la pendiente de un triangulo
 Calcula la pendiente de un equilatero

No se!

No

No se
 En la pendiente se encuentra la recta.

En la pendiente se encuentra la recta

- No se wn
- N

- la pendiente de la ecuación de la recta (calcula)
- la pendiente en un plano cartesiano
- la pendiente es igual a 2

La pendiente se encuentra en un plano cartesiano

La pendiente es el mayor punto en un plano

La pendiente paso por los puntos $y - x$

Anexo 4: Carta informativa de solicitud y autorización



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACION -DIRECCIÓN DE POSTGRADO
PROGRAMA DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN-MENCIÓN EVALUACIÓN EDUCACIONAL

Santiago, 10 de Agosto de 2009.

Sr. Daniel Vega Flores

Director del Liceo Politécnico Pedro de Valdivia y del Liceo Politécnico Presidente Manuel Montt.

Presente.

Estimado Director:

Junto con saludarle, el motivo de esta carta es solicitar su autorización para realizar la aplicación de la primera parte de una investigación, la cual entrega información valiosa y que da forma a mi tesis de Magister, que consiste en la validación de un instrumento de evaluación de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente, en segundo año medio. Su consentimiento es fundamental para comenzar con la fase práctica de la investigación. Agradece su tiempo y disposición,

Vanesa Magnata Soto

Profesora de Matemática y Estadística Educativa

Estudiante de Magister en Educación con mención en Evaluación Educativa.



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACION -DIRECCIÓN DE POSTGRADO
PROGRAMA DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN-MENCIÓN EVALUACIÓN EDUCACIONAL

AUTORIZACIÓN

Yo, Daniel Vega Flores, en mi calidad de Director del Liceo Politécnico Pedro de Valdivia y del Liceo Politécnico Presidente Manuel Montt, autorizo a la profesora Vanesa Magnata Soto para aplicar la Secuencia Didáctica relacionada con la noción de pendiente, y con ello el sistema de evaluación destinado a medir competencias de pensamiento variacional en el mismo contenido, en el nivel de segundo año de enseñanza media.

Estoy en conocimiento que la profesora Vanesa Magnata Soto es alumna regular de segundo año de Magíster en Educación con Mención en Evaluación y que además solicita esta autorización para llevar a efecto parte de su trabajo de tesis.


Nombre y Firma Autorización



Nuñoa, 11 de agosto de 2009.

Anexo 5: Modelo de texto de autorización del estudiante

UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACION -DIRECCIÓN DE POSTGRADO
PROGRAMA DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN-MENCIÓN EVALUACIÓN EDUCACIONAL

AUTORIZACIÓN

Yo, _____, en mi calidad de estudiante regular de segundo año de enseñanza media, estoy en conocimiento que en el proyecto de investigación *“Validación de un Sistema de Evaluación de Competencias De Pensamiento Variacional para una Secuencia Didáctica, Noción de Pendiente”* mi nombre no será revelado y que mi participación en él será un aporte para la calidad de la educación de nuestro país.

Autorizo a la investigadora a filmar las clases comprometidas en el proyecto, analizar los trabajos que haremos en esas clases y publicarlos parcial o totalmente como elaboraciones anónimas.

Nombre y Firma Autorización

Ñuñoa, ____ de _____ de 2009

Anexo 6: Tablas de especificación del Sistema de Evaluación

A continuación se presentan las tablas de especificación del sistema evaluativo, dependiendo del aspecto que se considera para evaluar, quién evalúa, el ámbito que evalúa, la función o tipo de evaluación y la temporalidad en que evalúa. Cada tabla muestra los aspectos mencionados para cada instrumento. Es importante relacionar de modo transversal estas evaluaciones, en donde se privilegiará obtener evidencias de las competencias de Pensamiento Científico, específicamente de Explicar y Argumentar

Tabla de especificación de acuerdo a la dimensión de la evaluación:

Instrumento	Dimensiones de la Evaluación			
	Saber hacer	Saber	Saber ser y hacer con otros	Ser
Diagnóstico	X	X		
KPSI	X	X		X
Fichas de aprendizaje	X	X	X	X
Post test	X	X		
Autoevaluación	X	X	X	X
Producciones estudiantiles	X	X	X	X

Tabla de especificación de acuerdo a los actores que evalúan:

Instrumento	Actores que evalúan		
	Estudiante	Pares	Docente
Diagnóstico			X
KPSI	X		
Fichas de aprendizaje	X		X
Post test			X
Autoevaluación	X		
Producciones estudiantiles		X	X

Tabla de especificación según el ámbito de evaluación:

Instrumento	Ámbitos de evaluación			
	Procedimental Cognitivo	Afectivo Emocional	Valorativo	Actitudinal
Diagnóstico	X			
KPSI	X	X	X	
Fichas de aprendizaje	X	X	X	X
Post test	X			
Autoevaluación	X	X	X	X
Producciones estudiantiles	X	X	X	

Tabla de especificación de acuerdo a la función de la evaluación y a la temporalidad.

Instrumento	Tipo de Instrumentos de Evaluación					
	Función			Temporalidad		
	Diagnóstico	Formativa	Sumativa	Inicial	Intermedia	Final
Diagnóstico	X			X		
KPSI	X	X		X	X	
Fichas de aprendizaje		X			X	
Post test			X			X
Autoevaluación			X			X
Producciones estudiantiles		X		X	X	X

Anexo 7: Diseño Didáctico: Secuencia Didáctica y Sistema de Evaluación.

A continuación se muestra el diseño didáctico, presentándose en primer lugar el test diagnóstico.

La secuencia didáctica se trabajó en tres partes, comenzando con la aplicación de “construyendo patrones de medidas”. Se continúa con el segundo instrumento del Sistema Didáctico, la ficha de aprendizaje 1.

La segunda parte de la secuencia, “variaciones proporcionales en contextos concreto y discreto”, se inicia con la aplicación del tercer instrumento, “lo que creo que sé” o KPSI 1. Seguido de ello, se trabaja con la secuencia en sí, finalizando esta parte con el cuarto instrumento del sistema, la ficha de aprendizaje 2.

La tercera y última parte de la secuencia, “la diagonal y la recta que la sustenta”, se inicia con el segundo KPSI o “lo que creo que sé”, el cual es el quinto instrumento. Al igual que en la parte anterior, se continúa con la secuencia, para finalizar con la Autoevaluación y el Post-test.

En seguida se presenta este esquema, mostrando cada una de las partes de la secuencia didáctica y del sistema de evaluación, de la misma manera en que se presentó a los estudiantes.



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACION -DIRECCIÓN DE POSTGRADO
PROGRAMA DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN-MENCIÓN EVALUACIÓN EDUCACIONAL

TEST OBJETIVO DE OPCIÓN MÚLTIPLE, INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS DE PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA NOCIÓN DE PENDIENTE.

Estimado(a) estudiante:

Tengo el agrado de invitarte a participar de un estudio que estoy realizando. Éste aportará a la investigación que proporcionará la posibilidad de realizar mi tesis de magister, la cual está enfocada a la evaluación de competencias de pensamiento variacional en la noción de pendiente.

Con este propósito, se te entrega el siguiente test de opción múltiple, que tiene como objetivo conocer el nivel de aprendizaje previo, que se verá reflejado en competencias. Contestar este test no llevará mucho tiempo. Tus respuestas serán confidenciales y anónimas.

Muchas gracias, por tu colaboración.

Profesora Vanesa Magnata Soto.

DATOS PERSONALES.

Nombre : _____

Edad : _____

Género : Masculino ☐ Femenino ☐

Liceo : _____

Curso : _____

Fecha : _____

Nombre de la profesora encargada de aplicar el instrumento:

INSTRUCCIONES

Este test consta de 17 preguntas y tiene como objetivo averiguar lo que transfieres o aplicas de lo aprendido en el estudio de matemáticas que has vivido hasta este momento.

Cada pregunta (excepto la 16 y 17) tiene 4 posibles respuestas, identificadas con las letras a, b, c y d. Marca con una cruz SOLO UNA de las cuatro alternativas. No emplees corrector. En su lugar tarja lo que quieras cambiar y anota tu desarrollo de nuevo. Los cálculos realízalos en el mismo test, es importante para la investigación.

El tiempo estimado para responder este test es de aproximadamente 45 minutos.

¡Muchas gracias!

1. Una magnitud en física es:
 - a) Una propiedad de un objeto que puede ser medida
 - b) Medida de la intensidad relativa del brillo de los objetos celestes
 - c) Importancia de un objeto
 - d) Algo grandioso, que refleja excelencia.
2. La acción de medir una longitud consiste en:
 - a) Contar los centímetros cuadrados que tiene la superficie de un objeto
 - b) Determinar las veces que cabe una longitud patrón en la longitud que se mide.
 - c) Comparar una magnitud con otra, según un patrón acordado
 - d) Registrar una altura de un objeto
3. Un patrón de medida es:
 - a) Dueño de un fundo que mide distintos objetos
 - b) Cantidad acordada internacionalmente para medir distintos objetos, como el metro.
 - c) Cantidad de magnitud acordada para medir.
 - d) Cantidad de centímetros que mide otra unidad de medida.
4. La diagonal de un rectángulo es:
 - a) Línea que une dos vértices cualquiera del rectángulo
 - b) Segmento que une dos vértices cualquiera del rectángulo
 - c) Línea que une dos vértices opuestos (no contiguos) del rectángulo
 - d) Segmento que une dos vértices opuestos (no contiguos) del rectángulo
5. En la frase “El pendiente que compré lo utilizaré en la fiesta” la palabra subrayada se refiere a:
 - a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede
 - b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano
 - c) Que está por resolverse o terminarse
 - d) Arete con adorno colgante o sin él

6. En la frase “El trabajo quedará pendiente para la próxima clase” la palabra subrayada se refiere a:

- a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede
- b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano
- c) Que está por resolverse o terminarse
- d) Arete con adorno colgante o sin él

7. En la frase “Algunos de los caminos del Cerro San Cristóbal tienen una pendiente muy pronunciada” la palabra subrayada se refiere a:

- a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede
- b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano
- c) Que está por resolverse o terminarse
- d) Arete con adorno colgante o sin él

8. En la frase “Debo estar pendiente de lo que suceda en clases” la palabra subrayada se refiere a:

- a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede
- b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano
- c) Que está por resolverse o terminarse
- d) Arete con adorno colgante o sin él

9. De las siguientes afirmaciones ¿cuál o cuáles son características de una familia de rectángulos?

Los rectángulos:

I. Deben tener sus lados de las mismas medidas, y con ello, las mismas medidas de perímetro y área

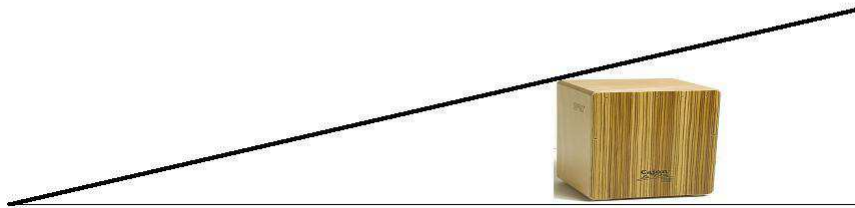
II. Deben tener sus lados proporcionales, y con ello, área y perímetro proporcionales también

III. Deben compartir la diagonal, es decir, sus diagonales se encuentran en una misma línea.

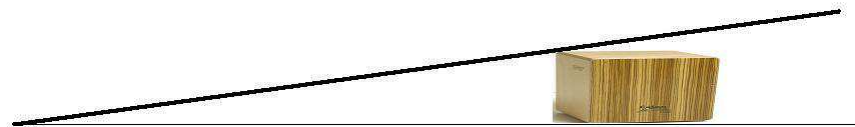
- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) I y III
- d) II y III

10. Miguel puso una rampla para lanzarse en bicicleta sobre un cajón de madera, de tal manera de que tuviera la mayor inclinación posible ¿cuál de los siguientes cajones utilizó?

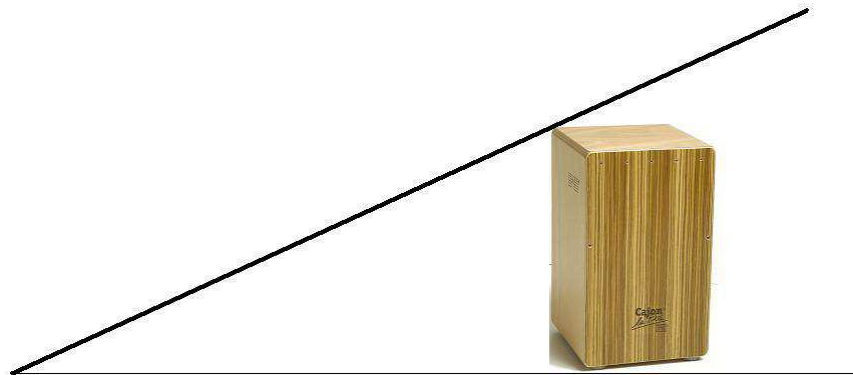
a) .



b) .



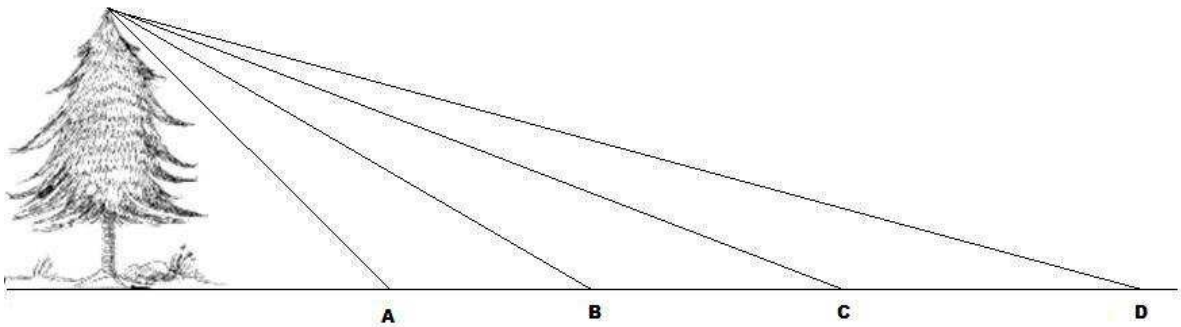
c) .



d) .



11. En un campamento se dispone sólo de un árbol, y el grupo de campistas necesita amarrar una cuerda desde lo más alto del árbol hasta el suelo, para poder colgar su ropa. Si la cuerda posee una inclinación mínima la ropa resbala menos ¿En qué punto conviene ubicar el otro extremo de la cuerda?



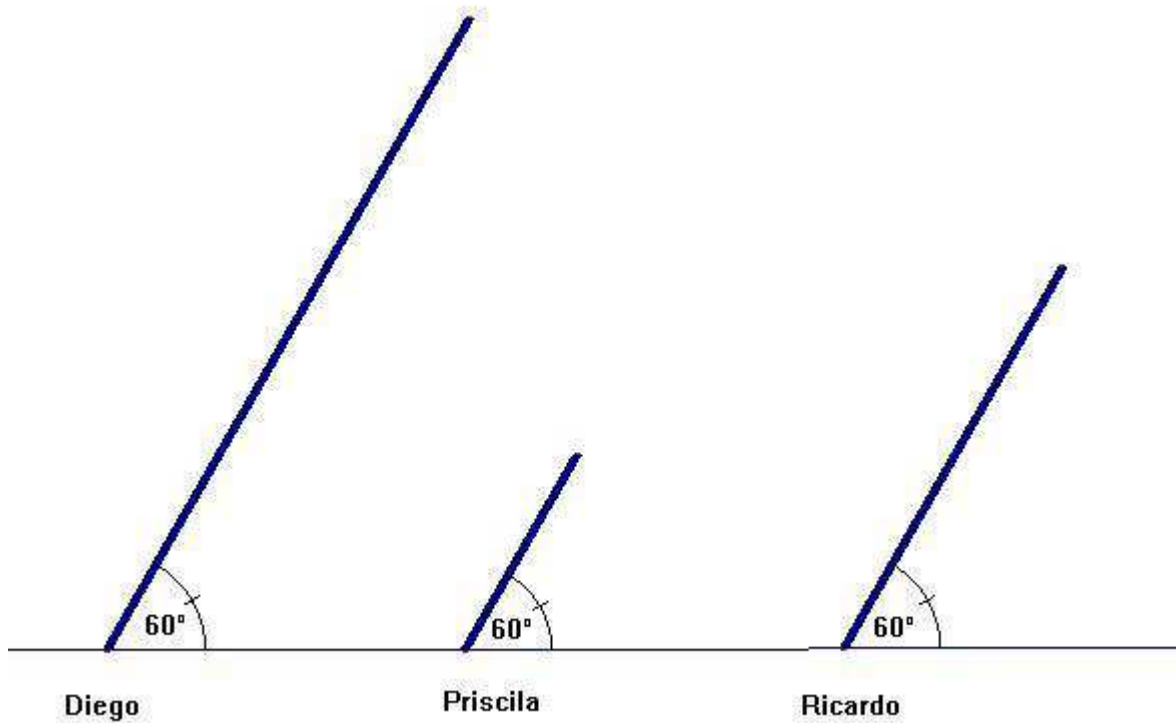
- a) En el punto A
- b) En el punto B
- c) En el punto C
- d) En el punto D

12. En la siguiente imagen, se encuentra el proyecto que tiene Juan para armar el techo de la casa de su perro. Marca la alternativa que ordene los techos considerando la mejor inclinación para que el agua fluya más rápido.



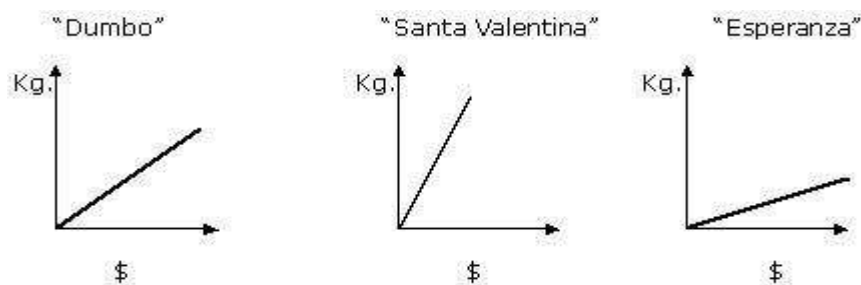
- a) 1, 3, 2
- b) 2, 3, 1
- c) 1, 2, 3
- d) 3, 2, 1

13. Priscila, Ricardo y Diego son los finalistas de un juego deportivo, el cual consiste en lanzar una jabalina (vara de madera). Cada uno elige el tamaño de su jabalina. Gana quien la deje clavada con menor pendiente respecto al suelo. El dibujo que se muestra a continuación grafica la situación ¿Quién ganó la competencia?



- a) Diego
- b) Priscila
- c) Ricardo
- d) Hubo un triple empate

14. A continuación se ilustra la relación de costo del pan en tres panaderías distintas:



De acuerdo a esta información, es cierto que:

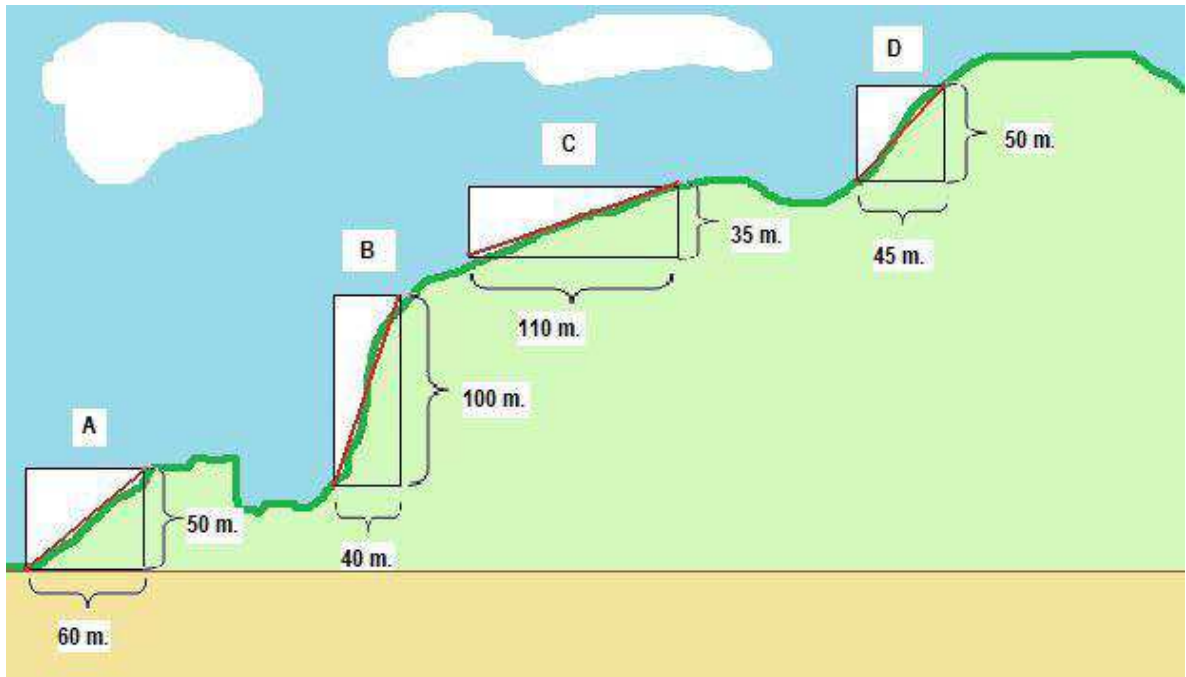
- a) El pan en Esperanza es el de mayor precio
- b) El pan en Santa Valentina es más caro que el de Esperanza.
- c) El pan en Dumbo es más caro
- d) El pan en Dumbo es más barato que en Santa Valentina.

15. De las siguientes afirmaciones sobre la pendiente de una recta, señale cuál (o cuáles) es (son) verdadera (verdaderas):

- I. Cantidad representada por el coeficiente de la variable en la ecuación principal de la recta
- II. Valor del ángulo de inclinación de la recta respecto del eje horizontal
- III. Razón entre los cambios de ordenadas respecto de los cambios de abscisas en su gráfico

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) I y III
- d) II y III

16. Una empresa de construcción, desea instalar otro teleférico por la parte posterior del cerro San Cristóbal. Para ello, se dibujó una primera idea de lo que se desea hacer, tal como se muestra a continuación:

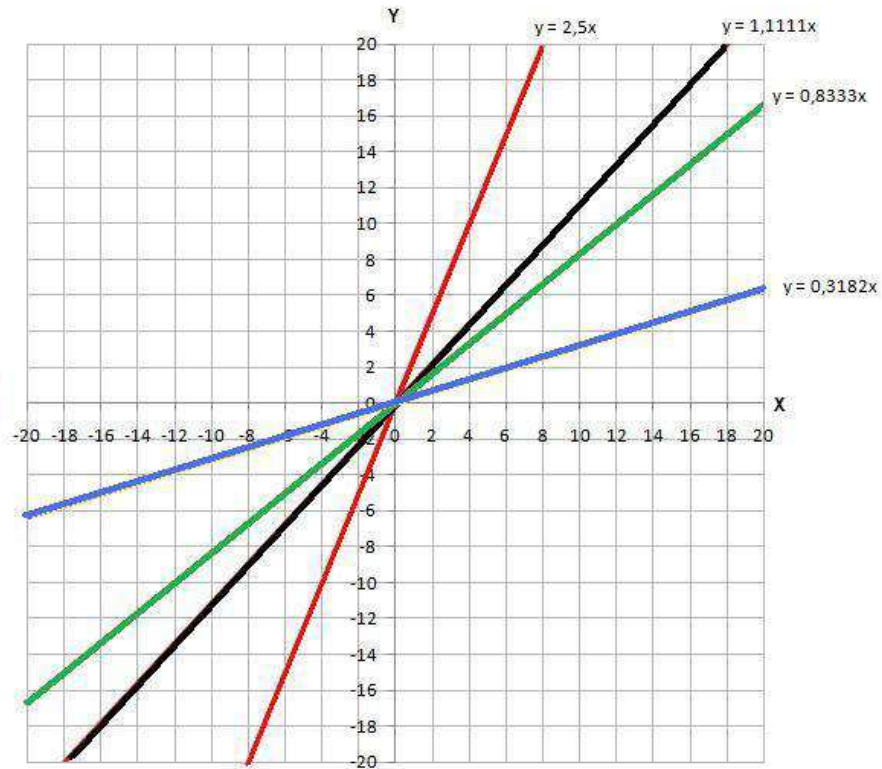


Cada rectángulo, a través de su diagonal, muestra algunos trazos de la instalación

¿Cuál crees tú que será el trazo más difícil de instalar? ¿y el trazo que menos dificultad se tendrá en instalación? Fundamenta tu respuesta.

Respuesta:

17. De la pregunta anterior, el ingeniero a cargo necesita expresar la idea en un plano cartesiano, y además, tener un resumen de ello para tener una visión general de la situación. Identifica cada recta con la diagonal de cada rectángulo, considerando la inclinación de ella.



Respuesta:

MUCHAS GRACIAS ☺



SECUENCIA DIDÁCTICA

Estimada, estimado estudiante:

En tus manos se encuentra una secuencia de actividades didácticas, en las cuales se les solicita que desarrollen cada enunciado de la forma más completa posible. Tus datos son importantes, sin embargo no serán revelados en la presentación de los resultados de la investigación. Si alguno de los enunciados no lo entiendes, por favor exprésalo en la hoja adjunta al final de la secuencia.

Lee con calma cada instrucción y cada pregunta. No hay respuestas malas ni buenas. Al contestar cada pregunta hazlo con los mayores recursos posibles como ideas personales, imágenes, gráficos, notación matemática, dibujos, etc.

¡ÉXITO EN LA TAREA!

Nombre: _____

Edad: _____

Género: Masculino ☐ Femenino ☐

Nombre del Grupo: _____

Colegio: _____

Curso: _____

Fecha: _____

Profesor a cargo: _____



¡MUCHAS GRACIAS POR TU COLABORACIÓN!

Iconografía de trabajo:

	Trabajo Individual: debes trabajar individualmente, recuerda que es importante registrar todo, ya que no hay respuestas malas o buenas.
	Trabajo Grupal: debes trabajar en un grupo de cuatro personas incluyéndote. Debes recordar que no será tan solo trabajo en grupo, sino también en equipo, en donde cada uno de ustedes será un aporte.
	Trabajo usando un computador: El archivo que se utilizará para realizar esta actividad se encuentra en el escritorio del computador.
	¿Sabías qué?: se indicará alguna información que será de utilidad para el desarrollo de la secuencia.
	Plenario: El grupo curso comentará lo sucedido en las actividades, para luego llegar a un acuerdo de lo que se aprendió

PRIMERA PARTE

CONSTRUYENDO PATRONES DE MEDIDA



FASE 1

Encontrando la magnitud en la vida cotidiana

Responde cada una de las siguientes preguntas en el espacio indicado para ello.

1. Escribe al menos tres frases en que uses la palabra **magnitud**

2. ¿Cuáles son esas magnitudes físicas, a tu juicio, más usadas en la vida cotidiana? Menciona al menos dos.



FASE 2

Magnitud y sus significados

1. Observa las siguientes acepciones de la palabra **magnitud** tomadas el 04/01/08 desde www.rae.es

(Del lat. *magnitūdo*).

1. f. Tamaño de un cuerpo.
2. f. Grandeza, excelencia o importancia de algo.
3. f. *Astr.* Medida logarítmica de la intensidad relativa del brillo de los objetos celestes, medida que es mayor cuanto menor es su luminosidad.
4. f. *Fís.* Propiedad física que puede ser medida; p. ej., la temperatura, el peso, etc.

2. A continuación, lean las oraciones creadas por cada uno de ustedes en la fase anterior, y luego clasifiquenla en uno de los significados.

- 1) Oraciones que correspondan a la primera acepción de RAE, **“Tamaño de un cuerpo”** (si no se anotó ninguna antes, elaboren tres ahora):

- 2) Oraciones que correspondan a la segunda de las acepciones de RAE, **“Grandeza, excelencia o importancia de algo”** (si no se anotó ninguna antes, elaboren tres ahora):

- 3) Oraciones que correspondan a la cuarta de las acepciones de RAE, **“Propiedad física que puede ser medida”** (si no se anotó ninguna antes, elaboren tres ahora):



¿Sabías qué?...

En la actividad científica se distinguen nociones como las siguientes:

Medir: Comparar una cantidad de magnitud con otra cantidad de la misma especie, elegida como patrón, determinando cuántas veces “cabe” la magnitud patrón en la magnitud que se mide. Ejemplo: Cubrir un lápiz sobre el palo de una escoba y registrar el número de superposiciones.

Medida: Cantidad de veces que un patrón de medida “cabe” en una de las propiedades físicas posibles de medir (magnitud) a una entidad.

Unidad de medida: Es una cantidad convenida socialmente de una determinada magnitud. Ejemplo: El metro como unidad para medir longitudes se estableció en 1791 por la Academia de Ciencias de París. En ese momento se definió como la diezmillonésima parte $\left(\frac{1}{10.000.000}\right)$ del cuadrante de un meridiano terrestre. Después se construyó un metro patrón, construido de iridio y platino y que fue depositado en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas, en París.

Posteriormente se intentaron buscar referencias más precisas que una simple barra de platino que, evidentemente podía ser destruida o incluso cambiar. En esta búsqueda por dar una definición más exacta del metro, en 1960 se estableció como la longitud igual a 1.650.763,73 longitudes de onda de la radiación emitida por el salto cuántico entre los niveles 2p₁₀ y 2d₅ del átomo de kriptón 86.

Actualmente la definición se ha vuelto a cambiar pues se detectaron imprecisiones en la definición anterior. Hoy en día el metro es la longitud de trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de 1/299 792 458 de segundo (tomada el 27/09/09 desde <http://planetatierra.blogspot.com/2008/05/origen-y-definicion-del-metro-como-patrn.html>)

Patrón de medida: Es una cantidad fija de una magnitud dada para una medición particular.



FASE 3

Construyendo un patrón de medida de longitud.

Del conjunto de materiales que se les ha entregado, tomen y desarrollen lo siguiente.

- 1) Corten por el borde las huinchas marcadas con la palabra “Para cortar”. Se entregó más de una por si se comete algún error en el procedimiento.
- 2) Doblen en tres partes iguales la huincha.
- 3) Una vez realizado el paso dos, tomen la huincha ya doblada y vuelvan a doblarla, pero esta vez en dos partes iguales.
- 4) Estiren la huincha.
- 5) ¿En cuántas partes iguales quedo fraccionada la huincha?
- 6) Cada fraccionamiento o parte de la huincha es nuestro “patrón de medida”, el cual llamaremos “PM”.
- 7) Utilizando el patrón de medida PM, midan la huincha A. El patrón de medida PM “cabe” _____ veces en la huincha A
- 8) Para facilitar la medición de otros objetos deben dibujar el patrón de medida PM en la huincha llamada “REGLA PATRÓN” que se encuentra en la hoja de trabajo n°2. Pega la REGLA PATRÓN sobre el trozo de cartulina que se entregó al grupo. Corten sólo el contorno de ella. Esta regla se utilizará para medir en otras actividades de esta secuencia.

9) Utilizando la Regla Patrón, completa la tabla n°1 que se encuentra a continuación

Tabla n°1	Cantidad de PM
HuinchA A	El patrón de medida PM "cabe" _____ veces en la huinchA A
HuinchA B	El patrón de medida PM "cabe" _____ veces en la huinchA B
HuinchA C	El patrón de medida PM "cabe" _____ veces en la huinchA C
HuinchA D	El patrón de medida PM "cabe" _____ veces en la huinchA D
HuinchA E	El patrón de medida PM "cabe" _____ veces en la huinchA E
HuinchA F	El patrón de medida PM "cabe" _____ veces en la huinchA F

10) Expliquen con sus propias palabras lo que entendieron por medir y por patrón de medida.

MEDIR:

PATRÓN DE MEDIDA:

BITÁCORA DE DESARROLLO DEL PENSAMIENTO

Mirando mis aprendizajes

FICHA DE APRENDIZAJE N°1

Nombre: _____

Fecha de la sesión: _____

Responde cada una de las siguientes preguntas. Si el espacio disponible no es suficiente, continúa tu respuesta en el reverso de la hoja. Recuerda que no hay respuestas malas ni respuestas buenas

1. ¿Qué problema se planteó en la clase de hoy?

Respuesta:

2. ¿Qué aprendí resolviendo el problema?

Respuesta:

3. ¿Qué hice para resolver el problema de la clase de hoy?

Respuesta:

4. ¿Cómo me sentí abordando el problema de la clase de hoy?

Respuesta:

5. ¿Cómo me sentí realizando mi trabajo en el grupo?

Respuesta:

6. En la clase de hoy, pienso que se hablo de:

Respuesta:

7. Si tuviera explicarle la clase de hoy a un compañero ¿qué le diría? ¿qué ejemplo le entregaría para que me entendiera?

Respuesta:



FASE 4

Plenario

1. Cada grupo participante explica al curso que entendió como patrón de medida.
2. Se llega a un acuerdo general. Se contrastan las exposiciones y se establecen características comunes de las DEFINICIONES que realizó cada grupo.
3. Finalmente, se elaboran conclusiones de la actividad y se define en conjunto -entre todos los equipos- un significado común de una medida y de un patrón de medida.

KPSI N°1
EVALÚO MIS APRENDIZAJES
“LO QUE CREO QUE SÉ”



Nombre: _____

Fecha: _____

Sesión número: _____

- 1) Marca con una cruz tu nivel de aprendizaje ante cada uno de los desempeños de la tabla que se muestra a continuación.
- 2) Usa los siguientes conceptos para elegir tu opción.

- A** : No lo sé
B : Creo que lo sé
C : Lo sé bien, pero para mí
D : Lo sé bien, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

AUTOEVALUACIÓN DE MIS APRENDIZAJES				
Desempeños	A	B	C	D
(1) Reconozco un rectángulo de entre otras figuras geométricas				
(2) Reconozco las partes de un rectángulo, tales como largo, ancho y diagonal				
(3) Sobrepongo el patrón de medida de manera óptima sobre el objeto a medir				
(4) Establezco similitudes entre dos o más figuras geométricas				
(5) Establezco diferencias entre dos o más figuras geométricas				
(6) Identifico regularidades en figuras geométricas				

SEGUNDA PARTE

VARIACIONES PROPORCIONALES EN CONTEXTOS CONCRETO Y DISCRETO

FASE 1:

Manipulando rectángulos



1. Formen los mismos grupos de trabajo de las fases anteriores
2. En el geoplano, con elásticos de distinto color, construyan CINCO RECTÁNGULOS de diferentes áreas, sin desarmarlos, en posición horizontal o vertical. Los rectángulos pueden sobreponerse. Asegúrense que cada integrante del grupo construye al menos un rectángulo.
3. Para los rectángulos que acaban de hacer, identifiquen sus diagonales y, con elásticos, construyan una de ellas en cada rectángulo.
4. Para cada rectángulo construido en el geoplano, midan su largo² y su ancho³ con la regla de medida que construyeron y anoten sus medidas en la Tabla N°1:

TABLA N°1	Ancho	Largo
Rectángulo 1		
Rectángulo 2		
Rectángulo 3		
Rectángulo 4		
Rectángulo 5		

5. Ahora, en la Hoja de Trabajo N°2, dibujen los CINCO rectángulos que tienen en el geoplano. Mantengan sus medidas y posición al dibujarlos.

² De las parejas de lados del rectángulo, el Largo de éste se considerará como la mayor de las longitudes de esos lados.

³ De las parejas de lados del rectángulo, el Ancho de éste se considerará como la menor de las longitudes de esos lados.

Hoja de Trabajo N°2



FASE 2:

Estirando la diagonal

Instrucciones: Cada una de las siguientes actividades, deben realizarlas paso a paso.

1. Limpian el geoplano, sacando los elásticos que utilizaron anteriormente.
2. Identifiquen la esquina inferior izquierda del geoplano y a partir de ella, rehagan con elástico y con las mismas medidas, UNO de los rectángulos de la tabla anterior.
3. Al rectángulo que acaban de construir, construyan su diagonal con un elástico.
4. Sin desarmar el rectángulo y la diagonal que acaban de marcar con elástico, construyan también con elásticos, 4 rectángulos más, de modo que cumplan las dos condiciones siguientes al mismo tiempo:
 - a) **Todos los nuevos rectángulos deben partir de la esquina inferior izquierda del geoplano.**
 - b) **Sus diagonales pueden ser más cortas o más largas que la del primer rectángulo. Y tienen que calzar con la diagonal del primer rectángulo ya marcada con elástico.**
5. A cada uno de estos 5 rectángulos, márquenles con elástico su diagonal, partiendo del extremo inferior izquierdo. Observen este conjunto de rectángulos con atención.
6. Ahora, dibujen en la Hoja de Trabajo N°2, los 5 rectángulos que tienen en el geoplano, manteniendo sus medidas.
7. Para cada rectángulo, midan su largo y su ancho con la regla de cartón que se les entregó y anoten sus medidas en la Tabla N°2 siguiente:

TABLA N°2	Ancho	Largo
Rectángulo 1		
Rectángulo 2		
Rectángulo 3		
Rectángulo 4		
Rectángulo 5		

8. ¿Existe alguna relación entre los distintos valores?



FASE 3:

Identificando regularidades

1. Explore relaciones entre las medidas de los rectángulos anotadas en la TABLA N°2.
2. Anoten en la primera línea de la TABLA N°3 las medidas del rectángulo más pequeño y terminen anotando en la sexta línea las medidas del más grande.
3. Multipliquen y dividan cada par de medidas. Anoten sus resultados en las siguientes dos columnas de la TABLA N°3.

TABLA N°3	ANCHO	LARGO	LARGO multiplicado por el ANCHO	LARGO dividido por el ANCHO	ANCHO multiplicado por el LARGO	ANCHO dividido por el LARGO
Rectángulo 1						
Rectángulo 2						
Rectángulo 3						
Rectángulo 4						
Rectángulo 5						

4. Expliquen qué observan en la Tabla anterior ¿Qué sucede en cada una de las columnas?

5. Multipliquen y dividan los números de las columnas de ANCHO y LARGO de los rectángulos. Anoten sus resultados en las columnas de la TABLA N°4.

TABLA N°4	ANCHO multiplicado por el ANCHO siguiente	ANCHO dividido por el ANCHO siguiente	LARGO multiplicado por el LARGO siguiente	LARGO dividido por el LARGO siguiente
Rectángulo 1				
Rectángulo 2				
Rectángulo 3				
Rectángulo 4				
Rectángulo 5				

6. Expliquen qué observan en la Tabla anterior ¿Qué sucede en cada una de las columnas? Fundamenten la respuesta

7. Describan los rectángulos que construyeron. Presten atención a preguntas del tipo ¿Son parecidos? ¿Son distintos? ¿Por qué?

a. Los rectángulos son parecidos porque

b. Los rectángulos son distintos porque

c. En resumen, las características comunes de estos 5 rectángulos son

Llamamos a este conjunto de 5 rectángulos una FAMILIA DE RECTÁNGULOS.



FASE 4

Plenario

1. Cada grupo participante explica al curso cuáles fueron las características de cada la Familia de rectángulos que construyeron.
2. Se contrastan las exposiciones y se establecen características comunes de las caracterizaciones que realizó cada grupo.
3. Finalmente, se elaboran conclusiones de la actividad y se define en conjunto -entre todos los equipos- UN NOMBRE que identifique a TODAS LAS FAMILIAS DE RECTÁNGULOS CONSTRUIDAS.

BITÁCORA DE DESARROLLO DEL PENSAMIENTO

Mirando mis aprendizajes

FICHA DE APRENDIZAJE N°2

Nombre: _____

Fecha de la sesión: _____

Responde cada una de las siguientes preguntas. Si el espacio disponible no es suficiente, continúa tu respuesta en el reverso de la hoja. Recuerda que no hay respuestas malas ni respuestas buenas

1. ¿Qué problema se planteó en la clase de hoy?

Respuesta:

2. ¿Qué aprendí resolviendo el problema?

Respuesta:

3. ¿Qué hice para resolver el problema de la clase de hoy?

Respuesta:

4. ¿Cómo me sentí abordando el problema de la clase de hoy?

Respuesta:

5. ¿Cómo me sentí realizando mi trabajo en el grupo?

Respuesta:

6. En la clase de hoy, pienso que se hablo de:

Respuesta:

7. Si tuviera explicarle la clase de hoy a un compañero ¿qué le diría? ¿qué ejemplo le entregaría para que me entendiera?

Respuesta:

KPSI N°2
EVALÚO MIS APRENDIZAJES
“LO QUE CREO QUE SÉ”



Nombre: _____

Fecha: _____

Sesión número: _____

- 1) Marca con una cruz tu nivel de aprendizaje ante cada uno de los desempeños de la tabla que se muestra a continuación.
- 2) Usa los siguientes conceptos para elegir tu opción.

A : No lo sé

B : Creo que lo sé

C : Lo sé bien, pero para mí

D : Lo sé bien, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

AUTOEVALUACIÓN DE MIS APRENDIZAJES				
Desempeños	A	B	C	D
(1) Diferencio entre la base y la altura de un rectángulo				
(2) Comprendo qué es una razón matemática				
(3) Encuentro similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado				
(4) Soy capaz de ubicar un punto en plano cartesiano si me entregan las coordenadas				
(5) Logro visualizar previamente la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar.				

TERCERA PARTE

LA DIAGONAL Y LA RECTA QUE LA SUSTENTA.



FASE 1

Inclinación de la diagonal

En esta fase extenderemos lo visto anteriormente con el geoplano, usando el computador. Para ello deben abrir el archivo de Excel llamado “Secuencia”. Deben abrir la hoja que dice “Diagonal”. Este archivo reconoce nombres distintos para los pares de lados del rectángulo. Se llamará “BASE” a los lados que se encuentran en horizontal. Se llamará “ALTURA” a los lados que se encuentran en vertical.

1. Replica uno a uno los rectángulos de la familia hechos en el geoplano, anotando los datos recopilados en las celdas destinadas. Para ello es importante que dejen, en primera instancia, los valores del vértice inferior izquierdo como cero (para “x” y para “y”). En esta misma hoja se entrega otras informaciones, tales como la “medida de la diagonal” determinada por el rectángulo y la razón entre la altura y la base de este mismo. Para ver el gráfico correspondiente al rectángulo que están pidiendo, deben presionar sobre la flecha “mostrar gráfico”. Una vez que lo visualicen, pueden volver a la hoja anterior presionando la flecha “volver”

Ahora, es el turno de ustedes para experimentar con distintos rectángulos.

2. Deben ponerse de acuerdo en la medida de la base y las coordenadas del vértice inferior izquierdo. Recuerden que pueden ubicar este vértice en cualquier lugar del plano. (los valores recomendados son entre -20 y 20, para x e y respectivamente).
3. Completen la tabla n°5 haciendo variar la medida de la altura.

TABLA N°5	Coordenadas vértice inferior izquierdo	Altura (A)	Base (B)	Razón A:B	Medida de la Diagonal
Rectángulo 1	(,)				
Rectángulo 2	(,)				
Rectángulo 3	(,)				
Rectángulo 4	(,)				
Rectángulo 5	(,)				
Rectángulo 6	(,)				

4. Observen la tabla anterior. Expliquen con sus propias palabras ¿qué sucede cuando haces variar la medida de la altura del rectángulo?

5. Ahora realicen la actividad fijando la medida de la altura y las coordenadas del vértice inferior izquierdo, es decir, haciendo variar el valor de la medida de la base. Anoten los valor correspondientes en la tabla N°6

TABLA N°5	Coordenadas vértice inferior izquierdo	Altura (A)	Base (B)	Razón A:B	Medida de la Diagonal
Rectángulo 1	(,)				
Rectángulo 2	(,)				
Rectángulo 3	(,)				
Rectángulo 4	(,)				
Rectángulo 5	(,)				
Rectángulo 6	(,)				

6. Observen la tabla anterior. Expliquen con sus propias palabras ¿qué sucede cuando haces variar solo la medida de base del rectángulo?

Si logran observar, el valor de la razón o división entre la altura y la base es distinto para cada nuevo rectángulo, siendo estos 12 rectángulos distintos a los formados en el geoplano.



¿Sabías qué?...

*Un rectángulo muy especial es aquel en donde la medida de su base es la misma que la medida de la altura. Este rectángulo es más conocido como **cuadrado** y es un caso muy particular, el cual cumple con las mismas propiedades geométricas de los rectángulos, y además de algunas otras propiedades específicas.*

7. Ahora experimenten armando cuadrados

a) ¿Qué sucede la medida de las diagonales?

b) ¿Cómo es la razón entre los lados? ¿Por qué? Fundamenten la respuesta

8. Busca al menos 6 rectángulos en los que la razón entre la altura y la base sea la misma. Dibújalos en la hoja de trabajo n°1

9. ¿Qué otro elemento comparten estos rectángulos? ¿Cómo son los lados?

10. ¿Qué pueden concluir de lo realizado en esta fase?

Hoja de trabajo N°1



DESAFÍO:
¡A INVESTIGAR!

Se sabe que algo bello depende de quién sea el observador, pero existen acuerdos sobre la existencia del RECTÁNGULO MÁS BELLO. Investiga en internet y responde:

a) ¿Cuál es el RECTÁNGULO MÁS BELLO? Menciona tres características de él.

b) ¿Qué objetos de uso cotidiano se construyen en base a él? ¿Por qué crees que se hace?

c) ¿Qué sucede con la diagonal del RECTÁNGULO MÁS BELLO? ¿qué valor toma?

d) Construye en la hoja n°2 de trabajo un rectángulo bello.

Hoja de trabajo nº2



FASE 2

Plenario

1. Se comentan las características de los rectángulos encontradas con el uso de EXCEL.
2. Cada grupo participante explica al curso cuáles fueron las características de cada la Familia de rectángulos que construyeron.
3. Se contrastan las exposiciones y se establecen características comunes de las caracterizaciones que realizó cada grupo.
4. Finalmente, se elaboran conclusiones de la actividad y se define en conjunto -entre todos los equipos- UN NOMBRE que identifique a TODAS LAS FAMILIAS DE RECTÁNGULOS CONSTRUIDAS.



AUTOEVALUACIÓN

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

Completa la tabla que a continuación se presenta, marcando con una “X” en la celda correspondiente, según los siguientes indicadores:

1: Nunca	2: Casi Nunca	3: A veces	4: Casi Siempre	5: Siempre
----------	---------------	------------	-----------------	------------

Rasgos o Conductas	1	2	3	4	5
1) Fui responsable con mi trabajo					
2) Presenté mi trabajo limpio y ordenado					
3) Respondí mi trabajo honestamente					
4) Atendí a las indicaciones dadas por el profesor					
5) Manifesté disposición positiva hacia las actividades					
6) Si fue necesario, realicé consultas al profesor					
7) Efectué el trabajo de acuerdo a las instrucciones entregadas					
8) Valoré la opinión de mis compañeros					
9) Aprecié el trabajo en equipo					
10) Soy capaz de tolerar la frustración					
11) Logré extrapolar los contenidos tratados en la secuencia con hechos de la vida real.					
12) Comprendí las situaciones problemáticas, logrando resolver con facilidad los procedimientos indicados					
13) Cuidé los materiales entregados para realizar las actividades					
14) Fui un aporte durante el trabajo de equipo					
15) Cuando se trabajó con computadores, me dediqué a la actividad					

De acuerdo a lo respondido anteriormente ¿qué nota crees tú que deberías tener? Fundamenta en la parte posterior de la hoja.

NOTA: _____

POS-TEST.**DATOS PERSONALES.**

Nombre : _____

Edad : _____

Género : Masculino ☐ Femenino ☐

Liceo : _____

Curso : _____

Fecha : _____

Nombre de la profesora encargada de aplicar el instrumento:

A continuación, se presenta una prueba de preguntas abiertas, con la cual se evaluará los aprendizajes obtenidos durante la secuencia didáctica. Responde en los espacios dispuestos para el desarrollo. Toda la información escrita será considerada, por lo tanto se solicita que dejes registro de **todo** lo realizado para encontrar la solución. No emplees corrector. En su lugar tarja lo que quieras cambiar y anota tu desarrollo de nuevo. Los cálculos realízalos en el mismo test, es importante para la investigación.

El tiempo estimado para responder este test es de aproximadamente 45 minutos.

¡Muchas gracias!

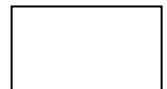
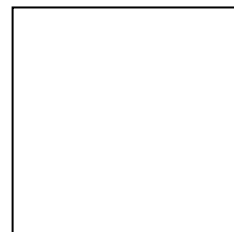
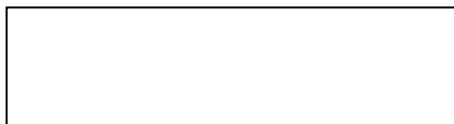
1. ¿Qué es una magnitud física? Responde utilizando tus propias palabras y entregando ejemplos.

2. ¿En qué consiste la acción de medir una longitud? Entrega ejemplos.

3. ¿Qué es un patrón de medida?

4. ¿Qué es la diagonal de un rectángulo?

5. Dibuja la diagonal principal de los siguientes rectángulos



6. Inventa tres oraciones en donde se encuentre la palabra pendiente, entendida como "Medida de la inclinación de una recta o de un plano"

a) _____

b) _____

c) _____

7. De las siguientes afirmaciones, justifica si corresponden o no a características propias de una familia de rectángulos.

a) Deben tener sus lados de las mismas medidas, y con ello, las mismas medidas de perímetro y área

b) Deben tener sus lados proporcionales, y con ello, área y perímetro proporcionales también

- c) Deben compartir la diagonal, es decir, sus diagonales se encuentran en una misma línea.

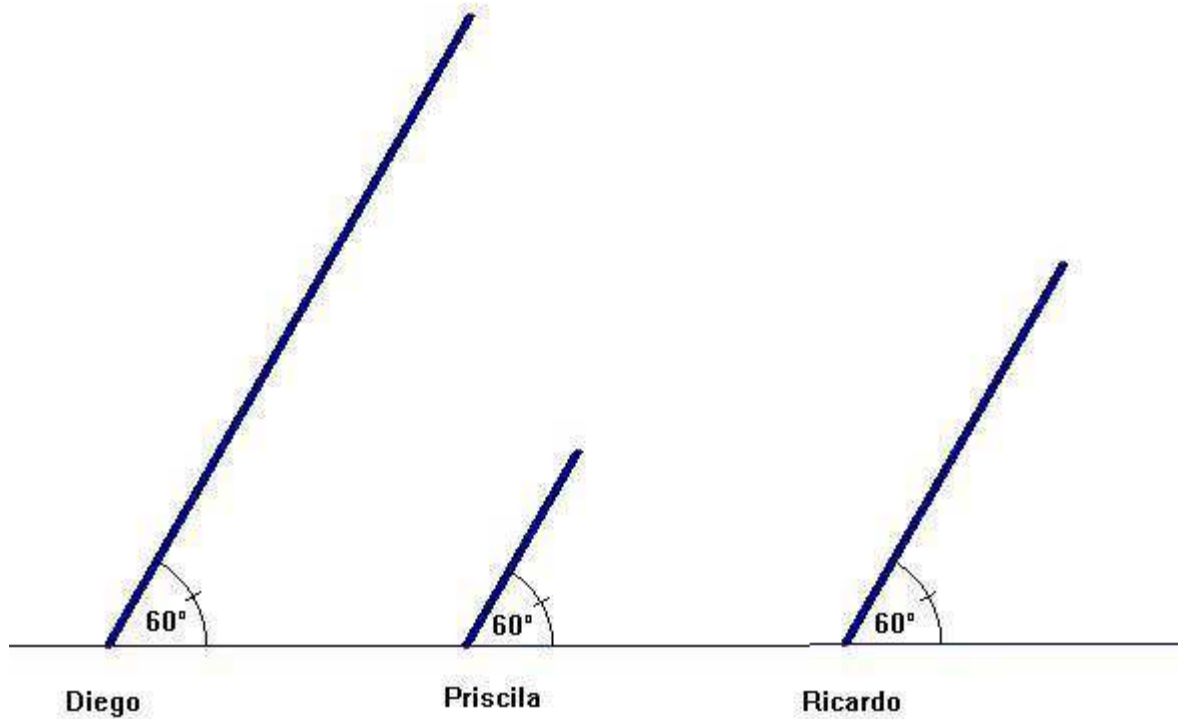
8. Pablo puso una rampa sobre un cajón de madera para lanzarse en patines. Dibuja tres posibilidades, considerando que tiene cajones de distintas alturas y la rampa es la misma. Fundamenta cuál de ellas es la más conveniente.

9. De acuerdo a la pregunta anterior, dibuja tres posibilidades, pero esta vez considerando que dispone de rampas de distintas longitudes y un solo cajón. Fundamenta cuál es la peor opción.

10. En la siguiente imagen, se encuentra el proyecto que tiene Juan para armar el techo de la casa de su perro. Ordena las casas considerando la mejor inclinación del techo para que el agua fluya más rápido.



11. Priscila, Ricardo y Diego son los finalistas de un juego deportivo, el cual consiste en lanzar una jabalina (vara de madera). Cada uno elige el tamaño de su jabalina. Gana quien la deje clavada con menor pendiente respecto al suelo. El dibujo que se muestra a continuación grafica la situación ¿Quién ganó la competencia? Fundamenta tu respuesta.



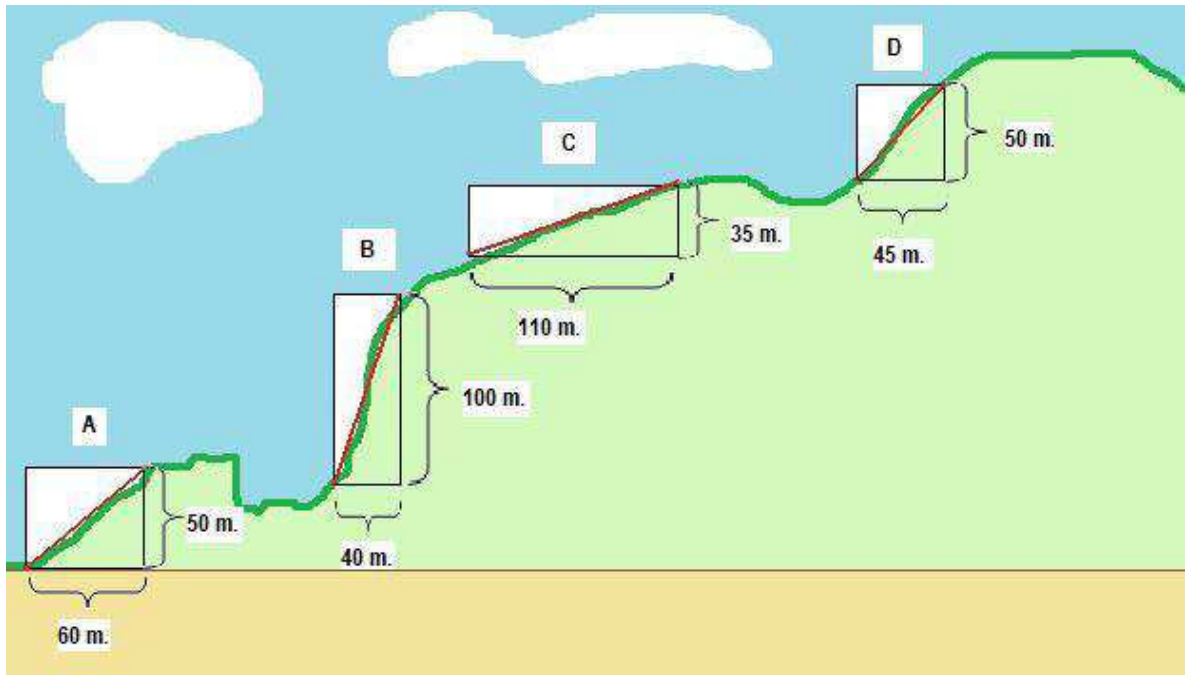
12. De las siguientes afirmaciones, justifica en cada uno de los casos si corresponde o no a la pendiente de una recta

a) Cantidad representada por el coeficiente de la variable en la ecuación principal de la recta

b) Valor del ángulo de inclinación de la recta respecto del eje horizontal

c) Razón entre los cambios de ordenadas respecto de los cambios de abscisas en su gráfico

13. Una empresa de construcción, desea instalar otro teleférico por la parte posterior del cerro San Cristóbal. Para ello, se dibujó una primera idea de lo que se desea hacer, tal como se muestra a continuación:

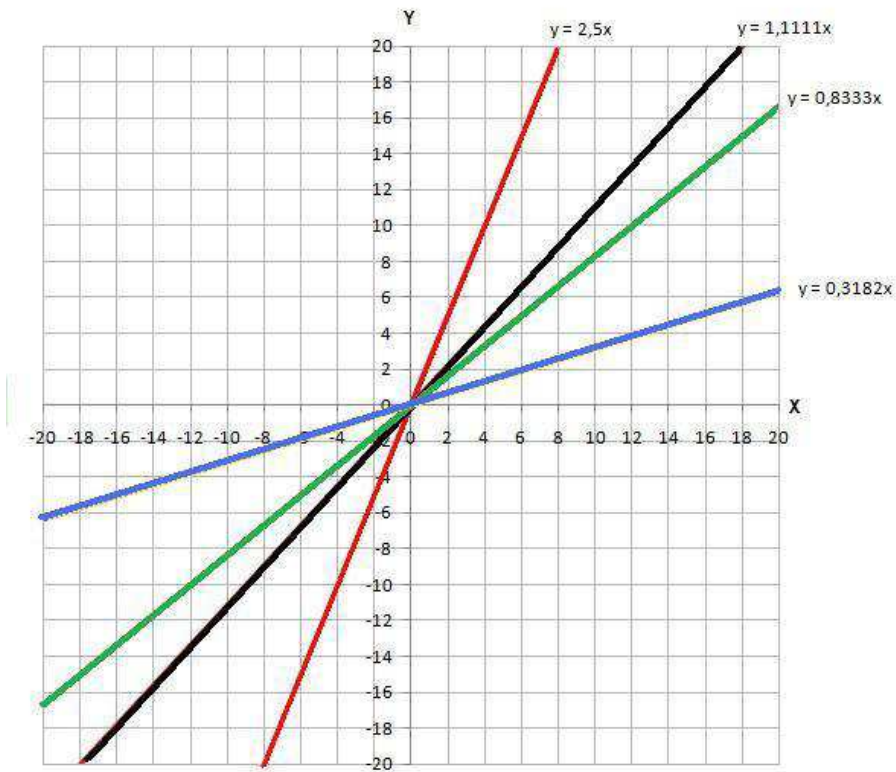


Cada rectángulo, a través de su diagonal, muestra algunos trazos de la instalación

¿Cuál crees tú que será el trazo más difícil de instalar? ¿y el trazo que menos dificultad se tendrá en instalación? Fundamenta tu respuesta.

Respuesta:

14. De la pregunta anterior, el ingeniero a cargo necesita expresar la idea en un plano cartesiano, y además, tener un resumen de ello para tener una visión general de la situación. Identifica cada recta con la diagonal de cada rectángulo, considerando la inclinación de ella.



Respuesta:

MUCHAS GRACIAS ©

Anexo 8: Análisis de producciones estudiantiles

En este Anexo, se presentan las producciones estudiantiles y el análisis de cada una de ellas. Éstas se encuentran distribuidas en tablas. Antes de cada tabla se escribió el ítem que se correspondiente. Cada tabla dispone de diferentes columnas, la primera es el estudiante, que se identificó con un número para mantener su identidad protegida, en las columnas del centro se encuentran las producciones estudiantiles, y en la última columna se encuentra el análisis realizado.

a) DIAGNÓSTICO Y POST-TEST

El análisis del diagnóstico se realizó en una misma tabla junto al post-test con el criterio de semejanza y objetivo de cada ítem, principalmente para poder analizar el avance de los alumnos. En la presentación del ítem previo a la presentación de la tabla, en el correspondiente al test diagnóstico se marcó con (*) la alternativa considerada correcta.

- Diagnóstico* 1. Una magnitud en física es:
- a) Una propiedad de un objeto que puede ser medida (*)
 - b) Medida de la intensidad relativa del brillo de los objetos celestes
 - c) Importancia de un objeto
 - d) Algo grandioso, que refleja excelencia.

Post-test 1. ¿Qué es una magnitud física? Responde utilizando tus propias palabras y entregando ejemplos.

Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2	a		Diagnóstico: la respuesta que marcó el estudiante es correcta. Post-test: a pesar de responder el resto del pos-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de magnitud física.
3	a	Una magnitud física es un objeto que puede ser medido	Diagnóstico: la respuesta que marcó el estudiante es correcta. Sin embargo, la respuesta entregada en el post-test no se encuentra correcta, sabía que de alguna forma debía incluir en una oración las palabras “magnitud”, “física”, “objeto”, y “que puede ser medida”, y su interpretación tiene al “objeto” como centro de la definición, siendo que es la propiedad de éste la que puede ser medida.

4	d	Es algo que como mide un objeto ejemplo, la magnitud física de la mesa es....	Diagnóstico: mala respuesta, la vio dirigida a otra acepción de magnitud utilizada comúnmente en la vida diaria. Post-test: El alumno logra expresar que logró relacionar magnitud física con “como mide un objeto”, entregando un ejemplo, aunque la redacción de su idea no es totalmente clara. Se percibe avance del estudiante
5	a	Se usa para medir la magnitud de las cosas	Diagnóstico: el alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: No expresó que era una propiedad, pero la relacionó con medida de las cosas.
6	a		Diagnóstico: entregó una respuesta correcta. Pos-test: a pesar de responder el resto del pos-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de magnitud física.
8	a	Magnitud es una fuerza que se mide como por ejemplo la magnitud de un terremoto	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta Pos-test: el alumno relacionó su respuesta con una propiedad física específica, “la fuerza que puede ser medida”, entregando un ejemplo con respecto a la “magnitud de un terremoto”. Su expresión muestra que trató de explicarlo con sus palabras
9	d		Diagnóstico: mala respuesta, la vio dirigida a otra acepción de magnitud utilizada comúnmente en la vida diaria. Pos-test: a pesar de responder el resto del pos-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de magnitud física.
10	b		Diagnóstico: mala respuesta, la vio dirigida a otra acepción de magnitud, acepción que no se utiliza comúnmente. Pos-test: a pesar de responder el resto del pos-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de magnitud física.
11	a		Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta Pos-test: a pesar de responder el resto del pos-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de

			magnitud física.
13	a	Es algo con lo que puede medir una cosa, ejemplo: cuando uno camina el contador de pasos	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: Este alumno relacionó la magnitud con medir, expresando que es “algo” con lo que se puede realizar esta acción, entregó un ejemplo que se refiere a lo que se mide (los pasos “cuando uno camina” y al instrumento que realizará la medida “contador de pasos”)
14	b	Es la medida de un objeto con lo es el ancho y el largo ej: una caja	Diagnóstico: mala respuesta, la vio dirigida a otra acepción de magnitud, acepción que no se utiliza comúnmente. Post-test: este alumno relacionó su propia acepción de magnitud con la actividad realizada, es decir después de medir, la magnitud es “la medida de un objeto”, entregando un ejemplo para clarificar su idea. Se percibe avance del estudiante
15	a		Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Pos-test: a pesar de responder el resto del pos-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de magnitud física.
16	a	Es aquello que indica el peso de un objeto	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Pos-test: Este alumno relacionó su acepción de manera correcta, excepto porque entrega la definición con una propiedad (aquello) específica de un objeto, “el peso”
17	a	La magnitud es el tamaño o masa que tiene un objeto u persona, ejemplo: esa niña posee un leve magnitud física	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: Este alumno relacionó su acepción de manera correcta, excepto porque entrega la definición con propiedades (“tamaño o masa”) específicas que tiene un objeto (“o persona”), entregando un ejemplo utilizado en la vida diaria.
18	a	Es como una leve magnitud	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: La respuesta de este alumno fue hecha a través de un ejemplo, en el cual se menciona la

			palabra “magnitud”, no precisando a cual acepción se refiere, es una frase que puede ser utilizada en la vida diaria.
19	a	es a	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: este alumno se acordó de la respuesta entregada en el diagnóstico y mencionó la alternativa correspondiente.
20	a	Es el tamaño de alguna cosa, su longitud. Ese huracán tiene una magnitud de 10 mts.	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: Este alumno relacionó su acepción de manera correcta, excepto porque entrega la definición con propiedades (“tamaño”, “longitud”) específicas de “alguna cosa”, entregando un ejemplo utilizado en la vida diaria.
21	b	Es el tamaño de alguna cosa	Diagnóstico: mala respuesta, la vio dirigida a otra acepción de magnitud, acepción que no se utiliza comúnmente. Post-test: Este alumno relacionó su acepción de manera correcta, excepto porque entrega la definición con una propiedad (“tamaño”) específica de “alguna cosa”. Se percibe avance del estudiante
22	b	Se emplea para denominar el tamaño de un objeto. Medir una silla	Diagnóstico: mala respuesta, la vio dirigida a otra acepción de magnitud, acepción que no se utiliza comúnmente. Post-test: Este alumno relacionó su acepción una propiedad (“tamaño”) específica de “un objeto”, entregando un ejemplo de una acción para conocer alguna propiedad. Se percibe avance del estudiante
23	a	Es la grandeza que tienen las cosas	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: La respuesta del alumno se encuentra dirigida a la acepción equivocada.
24	a	La magnitud es como la fuerza de cualquier cosa que es pesada, ejemplo: el huracán viene con	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: Este alumno redactó una definición en la que menciona solo una propiedad (“fuerza”) específica que tiene “cualquier cosa pesada”, entregando un ejemplo utilizado en la vida diaria.

		una gran magnitud	
25	a		Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Pos-test: a pesar de responder el resto del pos-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de magnitud física.
26	a	Es algo que tiene volumen, tiene físico, que ocupa un lugar, ejemplo: una mesa	Diagnóstico: El alumno marcó la respuesta correcta. Post-test: Este alumno relacionó su acepción de manera correcta, excepto porque entrega la definición con una propiedad (“volumen”) específica de “algo que ocupa un lugar físico”

- Diagnóstico* 2. La acción de medir una longitud consiste en:
- Contar los centímetros cuadrados que tiene la superficie de un objeto
 - Determinar las veces que cabe una longitud patrón en la longitud que se mide. (*)
 - Comparar una magnitud con otra, según un patrón acordado
 - Registrar una altura de un objeto

Post-test ejemplos 2. ¿En qué consiste la acción de medir una longitud? Entrega

Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2	b	Es medir con distancia	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: el alumno respondió utilizando el mismo concepto de la pregunta, relacionando la longitud con distancia.
3	a	la longitud es medir la largo como lo longitud de una escoba, la longitud de una TV	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se aleja de lo esperado, pero logró relacionar longitud con “medir” el “largo” de alguna cosa. Se percibe un leve avance del estudiante
4	a		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: a pesar de responder el resto del pos-

			test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de medir.
5	a	Medir su tamaño ancho ancho etc.	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno ocupó el mismo concepto de la pregunta, relacionando que tiene que ver con “ancho”
6	a	Consiste en ver todos los tamaños de algo y saber su medida como el largo de una mesa y otro tipo de cosas	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se aleja de lo esperado, pero logró relacionar longitud con “ver los tamaños de algo” y utilizó el mismo concepto de la pregunta.
8	d	Consiste en tomar la medida de una línea	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se aleja de lo esperado, pero logró relacionar longitud con “tomar la medida” y utilizó el mismo concepto de la pregunta.
9	a		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: a pesar de responder el resto del post-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de medir.
10	a		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: a pesar de responder el resto del post-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de medir.
11	a	Consiste en utilizar objetos para ver cuántas veces cabe en otro objeto	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno entregó una respuesta correcta, mencionando que se utiliza un patrón (“objeto”) para compararlo con el objeto a medir (“cuántas veces cabe”) Se percibe avance del estudiante
13	a	Longitud es	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa

		medir algo es su largo, ejemplo: medir a una persona el peso	incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se aleja de lo esperado, cambiando el orden de lo preguntado (“longitud es medir...”)
14	a	El saber el largo y el ancho, ejemplo: la sala de clases	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no mencionó en su redacción el cómo realizar esta acción, pero lo relacionó con “largo y ancho”, entregando un ejemplo de lo que se puede medir. Se percibe un leve avance del estudiante
15	d		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: a pesar de responder el resto del post-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de medir.
16	d	Consiste en saber la medidas de un rectángulo o cuadrado así se sabe si es cuadrado o rectángulo	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no logró responder de acuerdo a lo esperado, intentado relacionar las actividades realizadas en la secuencia para dar una respuesta.
17	a	Consiste en saber cuanto puede caber un objeto, ejemplo: en esa caja caben 10 unidades de caja de cereales	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno entregó una respuesta correcta, mencionando que se utiliza un patrón (“objeto”) para comparar, entregando un ejemplo más clarificador de su idea (en donde menciona que debe sobreponer una “caja” más pequeña sobre otra más grande y ver cuántas veces cabe) Se percibe avance del estudiante
18	a	Para ver cuanta magnitud tiene un objeto	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: el alumno entregó una respuesta que se aleja de lo esperado, sin embargo lo relacionó con “magnitud” de “un objeto”
19	d		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta.

			Post-test: a pesar de responder el resto del post-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de medir.
20	c	Consiste en medir un objeto con otro que es especialmente para eso. Al medir una mesa con una huincha	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno entregó una respuesta correcta, mencionando que se utiliza un patrón (objeto “especialmente” diseñado para ello) para compararlo con “otro” objeto, entregando un ejemplo más clarificador de su idea (en donde menciona el medir “una mesa con una huincha”) Se percibe avance del estudiante
21	c	Consiste en medir	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se aleja de lo esperado, utilizando el mismo concepto de la pregunta para responder.
22	d	En calcular sin inclinación. Medir la calle	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no logró responder de acuerdo a lo esperado, intentado relacionar las actividades realizadas en la secuencia para dar una respuesta.
23	a	En ver lo que mide algo, por ejemplo: magnitud de una explosión, de cabellos, de tamaño, etc.	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno se alejó de la respuesta esperada, sin embargo lo relacionó con magnitudes, entregando distintos ejemplos.
24	b	Para sacar la parte indicado de algo, ejemplo: la casa es de gran longitud	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: la respuesta de este alumno se aleja de lo esperado, no logró expresar con claridad su idea. Se percibe retroceso en el estudiante
25	d	Medir lo largo de algo es (una regla)	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: la respuesta de este alumno se aleja de lo esperado, no logró expresar con claridad su idea.

26	b	Se me olvido esto	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: este alumno confesó que no recordaba, por lo tanto no entregó respuesta a lo preguntado. Se percibe retroceso en el estudiante
----	---	-------------------	--

- Diagnóstico* 3. Un patrón de medida es:
- a) Dueño de un fundo que mide distintos objetos
 - b) Cantidad acordada internacionalmente para medir distintos objetos, como el metro.
 - c) Cantidad de magnitud acordada para medir. (*)
 - d) Cantidad de centímetros que mide otra unidad de medida.

Post-test 3. ¿Qué es un patrón de medida?

Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2	b	Es lo que medimos en cuantas veces no cabe algo	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se aleja de lo esperado, sin embargo mencionó implícitamente que lo utilizó en las actividades, no explicó de manera clara su idea.
3	b	Un patrón de medida es un trozo de un objeto para calcular la medida de otro objeto más grande	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta se acerca a lo esperado, describiendo que se utiliza para medir un objeto mayor al mismo patrón (se puede medir con un patrón de magnitud mayor al objeto) Se percibe avance del estudiante
4	d	Es lo que manda para uno saber cuánto mide que cosa	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no expresó de manera clara su idea, sin embargo lo relacionó con un objeto específico para “medir” alguna “cosa” Se percibe avance del estudiante
5	d	Medir el ancho o largo de algo usando un extracto de algo asi podemos saber	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no expresó de manera totalmente clara su idea, sin embargo describió la acción realizada para medir.

		cuántas veces cabe y así saber su medida	Se percibe avance del estudiante
6	c	Es una medida específica y que es parte de la magnitud	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno comprendió la idea, pero no logró expresarla de manera totalmente clara, mencionando que es una “medida específica” y lo relacionó con magnitud.
8	b	Es una cierta medida que se utiliza para medir objetos	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se acerca a la respuesta esperada, a pesar de que no expresó cómo se utilizaba.
9	b	es una especie de regla	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta de este alumno muestra, a través de un ejemplo, lo que entendió Se percibe avance del estudiante
10	d		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: a pesar de responder el resto del post-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de patrón de medida.
11	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: a pesar de responder el resto del post-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de patrón de medida.
13	b	Es algo que mide una cosa en partes iguales	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: este alumno intentó explicar la experiencia realizada para crear el patrón de medida, no expresó de manera clara su idea.
14	c	Una recta conformada por cuadros con la misma	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno describió lo realizado en la actividad para crear el patrón de medida, no

		medida	describiendo su utilidad.
15	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: a pesar de responder otros ítems del post-test, en este ítem no entregó respuesta, puede deberse a la inseguridad de la propia concepción que tiene de patrón de medida.
16	c	Es aquel que indica las medidas exactas así uno puede medir	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno reconoció la utilidad del patrón de medida, sin embargo, indicando que es una “aquel que indica las medidas exactas” es decir está previamente acordado cuál es.
17	b	Sirve para medir un objeto y saber	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no relacionó la utilidad específica del patrón de medida, sin embargo describió para lo que servía. No redactó de manera clara su idea
18	b	Un patrón de medida es como una regla	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno entregó una comparación de lo que entendió por patrón de medida (la relacionó con una “regla”), sin embargo no mencionó que se puede acordar cualquier valor u objeto como patrón de medida. Se percibe leve avance del estudiante
19	d	Es con lo que medimos cuantas veces cabe algo o en algo	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno relacionó el patrón de medida con medir, indicando “cuantas veces cabe algo...” (el patrón de media) “... en algo” (el objeto a medir) Se percibe avance del estudiante
20	b	Es el que se utiliza para medir un objeto, o sea el que sirve especialmente para eso	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno relacionó el patrón de medida con su utilidad, “para medir un objeto”, sin embargo con comentó que debía ser acordado anteriormente. Se percibe leve avance del estudiante

21	d	Es el que manda el lado de la figura	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta de este alumno se aleja de la respuesta esperada, es decir, redactó que era el “que manda el lado de una figura”. La redacción de su idea no se encuentra clara.
22	b	Es una forma de media	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: El alumno relacionó el patrón de medida con “una figura” más que con un objeto para medir. Se percibe leve avance del estudiante
23	b	Es la medida básica para medir algún objeto	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno muestra avance, considerando como base la alternativa marcada en la prueba de diagnóstico, ya que relaciona el patrón de medida con una “medida básica para medir algún objeto”, sin embargo no expresa que debe ser previamente acordada. Se percibe leve avance del estudiante
24	b	Es para tomar mejor lo ancho y lo largo de un rectángulo	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno se alejó de la respuesta esperada, ya que relacionó el patrón de medida solo con la actividad realizada, es decir no extrapoló su aprendizaje” Se percibe leve avance del estudiante
25	a	Es una medida exacta para medir algo	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno, al mencionar que es “una medida exacta”, relaciona que debe ser acordada cuál será, y comenta que sirve para “medir algo”
26	d	Se me olvido	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no redactó la respuesta, solo indicó que no se acuerda cuál es la respuesta.

- Diagnóstico* 4. La diagonal de un rectángulo es:
- a) Línea que une dos vértices cualquiera del rectángulo
 - b) Segmento que une dos vértices cualquiera del rectángulo
 - c) Línea que une dos vértices opuestos (no contiguos) del rectángulo
 - d) Segmento que une dos vértices opuestos (no contiguos) del rectángulo(*)

- Post-test* 4. ¿Qué es la diagonal de un rectángulo?
5. Dibuja la diagonal principal de los siguientes rectángulos

Estudiante	diagnóstico	Post-test (4)	Post-test (5)	Análisis
2	d	Es la línea que atraviesa el rectángulo por la mitad	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno a la pregunta 4, por sí sola, es poco asertiva, ya que se puede tomar la línea que une los puntos medios de dos lados no contiguos, sin embargo al dibujar diagonales en la siguiente pregunta, se logra visualizar que entiende qué es una diagonal en un rectángulo.
3	c	La diagonal de un rectángulo es una línea que se ubica en una esquina de un rectángulo y cruza este	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno a la pregunta 4, no se encuentra redactada de manera clara, pero se entiende que “cruza este” de una “esquina” a otra, sin embargo al dibujar diagonales en la siguiente pregunta, se logra visualizar que entiende qué es una diagonal en un rectángulo. Se percibe avance del estudiante
4	a	Es la línea que se cruza de punta a punta en un rectángulo	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno a la pregunta 4, no se encuentra redactada de manera clara, pero se entiende

				que es “la línea que cruza” de una “punta a punta” al rectángulo, sin embargo al dibujar diagonales en la siguiente pregunta, se logra visualizar que entiende qué es una diagonal en un rectángulo. Se percibe avance del estudiante
5	a	Es la línea que une a dos vértices del rectángulo	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno a la pregunta 4, por sí sola, es poco asertiva, ya que se puede tomar la línea que une los puntos medios de dos lados contiguos, sin embargo al dibujar diagonales en la siguiente pregunta, se logra visualizar que entiende qué es una diagonal en un rectángulo.
6	a	Es una línea que divide el rectángulo formando 2 triángulos por así decir, partiendo de un vértice para llegar a otro	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por este alumno se acerca a la respuesta esperada, ya que la descripción entregada se cree que nace de observar el dibujo de la respuesta siguiente, mencionando que se “forman 2 triángulo” Se percibe avance del estudiante
8	a	Es una línea que cruza un rectángulo	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno a la pregunta 4, no se encuentra redactada de manera clara, pero se entiende que es “la línea que cruza” al rectángulo y al dibujar diagonales en la siguiente pregunta, se logra visualizar que entiende qué es una diagonal en un rectángulo.

				Se percibe avance del estudiante
9	a	es una línea que cruza el rectángulo desde un punto hasta el otro	Bien, dos principal...	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno a la pregunta 4, por sí sola, es poco asertiva, ya que se puede tomar la línea que une los puntos medios de dos lados no contiguos, sin embargo al dibujar diagonales en la siguiente pregunta, se logra visualizar que entiende qué es una diagonal en un rectángulo. Se percibe avance del estudiante
10	c	Es una línea que da un vértice a o vértice pasando por el punto medio	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La redacción de del alumno en esta pregunta no se encuentra clara, pero logró explicar a su manera que la diagonal pasa por el punto medio y que une dos vértices. Se percibe avance del estudiante
11	c	Es la línea que divide un rectángulo formando dos triangulo	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: En esta respuesta se cree que el alumno observó la respuesta entregada por él mismo de la pregunta siguiente, es decir describió que se forman “dos triángulos” y que es la línea que “divide al rectángulo”.
13	a	Es la que separa en forma exacta, es una línea que va de un lado a otro	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno redactó de manera confusa su idea, sin embargo intentó explicar lo que entendió, redactando que “separa en forma exacta” es decir divide en dos triángulos congruentes el rectángulo, y “va de un lado a otro”, es decir une dos vértices no contiguos. El

				dibujo lo hizo correctamente, con lo que se interpreta que si entendió lo que es la diagonal.
14	a	Es la que se ubica en el lado interior izquierdo en toda una esquina que determina la mitad el rectángulo	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: El alumno intenta describir lo que entendió desde la actividad realizada, aunque la redacción utilizada es confusa, pero al observar los dibujos realizados para dar respuesta a la siguiente pregunta, da a entender que entendió lo que es una diagonal de un rectángulo Se percibe avance del estudiante
15	d		Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno respondió sólo algunas preguntas en el post-test, pero al realizar el dibujo de las diagonales, muestra que tiene alguna noción de lo que es una diagonal de un rectángulo.
16	a	Es aquella que cruza el rectángulo si eso no es exacto es porque el rectángulo esta malo	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno intentó redactar lo realizado en la actividad, pero lo relacionó con la proporcionalidad de los rectángulos en concordancia con la diagonal, sin embargo al observar el dibujo realizado para dar respuesta a la siguiente pregunta muestra que tiene noción de lo que es una diagonal de un rectángulo
17	b	Es la medida de cada lado	Bien, pero solo 1	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por este alumno se encuentra fuera de lo esperado; al intentar dar sentido a esta pregunta, relacionó de manera errónea con

				lo realizado en la actividad. Además al momento de dibujar la diagonal en los rectángulos dados, solo dibujo uno de manera correcta.
18	c		Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no respondió a la pregunta, sin embargo al realizar los dibujos lo hizo correctamente, mostrando tener al menos noción de lo que es una diagonal de un rectángulo.
19	a	Lo que lo divide	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: La respuesta entregada por el alumno se cree que se encuentra relacionada con el dibujo que se pidió en la pregunta siguiente, es decir, la redacción es muy escueta, pero sabe que este segmento “divide” al rectángulo. El dibujo realizado muestra que logró obtener una noción de lo que es una diagonal de un rectángulo.
20	d	Es la línea que pasa diagonalmente por los rectángulos	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: A pesar de responder correctamente en el diagnóstico, la redacción que entregó en el post-test es confusa, utilizando la palabra “diagonalmente”, sin embargo en el dibujo de la respuesta siguiente se encuentra correcto, con lo que se cree que tiene noción de lo que es una diagonal
21	c	Una línea	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: El estudiante en esta respuesta sólo indicó que la diagonal es “una línea” haciendo

				que se pierda el objetivo de la pregunta, sin embargo en el dibujo de la pregunta siguiente, muestra que tiene noción de lo que es. Esta respuesta puede darse debido a la falta de vocabulario para expresar su idea de manera más clara.
22	c	Es la media que divide el rectángulo en triángulos iguales	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno no respondió de acuerdo a lo esperado, sin embargo al observar el dibujo realizado, se entiende que tiene noción de lo que es. Sin embargo su error fue relacionar directamente la medida con el segmento que se conoce como diagonal.
23	d	Es lo que pasa por el medio del rectángulo que atraviesa de un vértice a otro opuesto	Bien (marcó las dos diagonales)	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: La respuesta entregada por este alumno se encuentra dentro de lo esperado, aunque la redacción no es totalmente clara, sin embargo mencionó frases clave: “pasa por el medio” (las diagonales se intersectan en sus puntos medios) y “atraviesa de un vértice a otro opuesto”. Se mantiene del diagnóstico
24	c	Es la línea que demuestra de que están bien hechos los rectángulos y para verificar que están bien las medidas	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno entregó una respuesta que no se encuentra dentro de lo esperado, intentó relacionar su propia concepción con la actividad realizada en la que utilizaron la diagonal, sin embargo en el dibujo se logra observar que tiene noción de lo que es.
25	a	la línea que la divide	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta.

				Post-test: La respuesta entregada por el alumno se cree que se encuentra relacionada con el dibujo que se pidió en la pregunta siguiente, es decir, la redacción es muy escueta, pero sabe que esta “línea” “divide” al rectángulo. El dibujo realizado muestra que logró obtener una noción de lo que es una diagonal de un rectángulo.
26	c	Es la línea que va cruzada en el rectángulo	Bien	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Este alumno entregó una respuesta que al parecer es la descripción del dibujo realizado en el siguiente ítem, ya que menciona que va “cruzada”, sin embargo el dibujo se encuentra bueno.

Diagnóstico: 5. En la frase “El pendiente que compré lo utilizaré en la fiesta” la palabra subrayada se refiere a:

- a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede
- b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano
- c) Que está por resolverse o terminarse
- d) Arete con adorno colgante o sin él(*)

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
3	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
4	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
5	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
6	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
8	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
9	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
10	b	El alumno marcó la alternativa incorrecta. Puede ser debido a que buscó la alternativa que más relación tenía con la matemática.
11	d	El alumno marcó la alternativa correcta.

13	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
14	c	El alumno marcó la alternativa incorrecta.
15	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
16	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
17	b	El alumno marcó la alternativa incorrecta. Puede ser debido a que buscó la alternativa que más relación tenía con la matemática.
18	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
19	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
20	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
21	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
22	b	El alumno marcó la alternativa incorrecta. Puede ser debido a que buscó la alternativa que más relación tenía con la matemática.
23	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
24	d	El alumno marcó la alternativa correcta.
25	b	El alumno marcó la alternativa incorrecta. Puede ser debido a que buscó la alternativa que más relación tenía con la matemática.
26	d	El alumno marcó la alternativa correcta.

Diagnóstico 6. En la frase “El trabajo quedará pendiente para la próxima clase” la palabra subrayada se refiere a:

- a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede
- b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano
- c) Que está por resolverse o terminarse(*)
- d) Arete con adorno colgante o sin él

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
3	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
4	a	El alumno marcó la alternativa incorrecta.
5	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
6	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
8	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
9	c	El alumno marcó la alternativa correcta.

10	b	El alumno marcó la alternativa incorrecta. Puede ser debido a que buscó la alternativa que más relación tenía con la matemática.
11	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
13	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
14	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
15	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
16	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
17	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
18	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
19	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
20	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
21	b	El alumno marcó la alternativa incorrecta. Puede ser debido a que buscó la alternativa que más relación tenía con la matemática.
22	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
23	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
24	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
25	c	El alumno marcó la alternativa correcta.
26	c	El alumno marcó la alternativa correcta.

Diagnóstico 7. En la frase “Algunos de los caminos del Cerro San Cristóbal tienen una pendiente muy pronunciada” la palabra subrayada se refiere a:

- a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede
- b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano(*)
- c) Que está por resolverse o terminarse
- d) Arete con adorno colgante o sin él

Post-test 6. Inventa tres oraciones en donde se encuentre la palabra pendiente, entendida como “Medida de la inclinación de una recta o de un plano”

Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2	b	a) El columpio está muy pendiente al suelo b) La mesa está muy pendiente a la muralla c) La niña que corre está muy pendiente a la meta	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: en las dos primeras oraciones intentó relacionar esta acepción, sin embargo la redacción quedó poco clara; en la tercera oración se encuentra en

			relación a otra acepción.
3	b	a) La pendiente que tiene esa rampa es mucha b) ve la pendiente de ese edificio c) La pendiente de un cerro	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Las tres oraciones que redactó este alumno se encuentran relacionadas a la pendiente como medida de inclinación de un plano o recta (RAE)
4	b	a) La pendiente está un poco ladeada b) Está pendiente para el trabajo de mañana c) Si la pendiente se cae no es mi culpa es culpa tuya	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: este alumno redactó solo la primera oración con respecto a la acepción de pendiente esperada, las otras dos son de las otras acepciones que no tienen relación lo preguntado y pedido en él.
5	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: a pesar de responder otros ítems en el post-test, a este no le dio respuesta, puede deberse a la falta de seguridad para expresar su idea.
6	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: a pesar de responder otros ítems en el post-test, a este no le dio respuesta, puede deberse a la falta de seguridad para expresar su idea.
8	b	a) La pendiente de este cerro está muy inclinada b) Este techo no tiene pendiente c) No se puede construir aquí porque tiene mucha pendiente	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Las tres oraciones redactadas son correctas, se encuentran dentro de lo esperado.
9	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: a pesar de responder otros ítems en el post-test, a este no le dio respuesta, puede deberse

			a la falta de seguridad para expresar su idea.
10	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: a pesar de responder otros ítems en el post-test, a este no le dio respuesta, puede deberse a la falta de seguridad para expresar su idea.
11	b	a) La pendiente de la casa es muy grande b) La pendiente de la calle es inclinada	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: El alumno escribió solo dos oraciones, la primera se encuentra Buena, pero le faltó comentar que se estaba refiriendo a la pendiente del techo de la casa, no a la casa misma, y la segunda oración se encuentra buena y además es de uso en la vida cotidiana, es decir, no intentó inventar forzosamente una oración.
13	b	a) Hay que estar pendiente de lo que va a pasar b) Voy a usar unos pendientes (aros) c) la pendiente de un edificio	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno escribió tres oraciones, las dos primeras se encuentran dentro del contexto propio de la vida diaria, pero no apuntan a la acepción que se solicitó, en cambio la tercera tiene un pequeño problema de redacción, al intentar interpretarla, se logró entender que cambió directamente la palabra inclinación por pendiente “de un edificio”
14	b	a) Mañana tengo una prueba pendiente b) En el colegio hay que medir y sacar la pendiente c) hay que sacar la pendiente de la sala de clases	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: este alumno redactó tres oraciones, la primera se encuentra en la contexto propio de la vida diaria, sin embargo no logra el objetivo del ítem, las otras dos no se encuentran redactadas tan

			claramente, e incluso se forzó para introducir la palabra pendiente en ellas, no entregando antecedentes para reconocer si logró o no hacer propio el concepto.
15	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno solo respondió algunos de los ítems del post-test, y justamente éste no lo respondió.
16	b	a) La pendiente de una recta de un palo b) Medida de una pendiente en una recta c) la pendiente de aquella inclinación	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: En las tres oraciones redactadas por el alumno, no se encuentra la palabra pendiente de manera fluida, es decir, las oraciones fueron creadas forzosamente y no son propias de su cotidianeidad, sin embargo se encuentran dentro de la acepción.
17	a	a) Esa colina tiene una gran pendiente b) Esa montaña rusa tiene una leve pendiente c) En ese terreno no se puede cavar bien ya que tiene una pendiente muy alta	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta. Post-test: Las tres oraciones redactadas por el estudiante se encuentran dentro de lo solicitado, las tres se refieren a la pendiente de un plano, son oraciones que están directamente relacionadas con otras más cotidianas. Se percibe avance del estudiante
18	b	a) La pendiente de la montaña es muy alta b) La Inclinación de la pendiente según sus características	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno solo redactó dos oraciones, de las cuales la primera se encuentra correcta y dentro del contexto cotidiano, la segunda solo relaciona a la acepción solicitada, pero no a la cotidianeidad.
19	b	a) Me voy a tirar por una	Diagnóstico: El alumno marcó la

		pendiente en skate b) ¿Cuál es la pendiente del siguiente plano?	alternativa correcta. Post-test: El alumno solo redactó dos oraciones que se encuentran dentro de la acepción solicitada, sin embargo solo la primera está en un contexto más cotidiano, la segunda la escribió tomando en cuenta lo visto en el desarrollo de la secuencia.
20	b	a) Esa pendiente es de 1,0 cm b) Esa rampa tiene muy alta pendiente c) Este techo tiene una pendiente de 1 mt	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno mostró entender que la pendiente se podía medir, pero no logró el concepto de variación en ella. Sin embargo las tres oraciones escritas se encuentran en el contexto cotidiano.
21	b	a) Tengo una pendiente en el rectángulo b) hay un pendiente en la casa c) tengo una prueba pendiente	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: De las tres oraciones escritas por este alumno, dos apuntan a la acepción solicitada, pero se encuentran redactadas de manera que la palabra pendiente se encuentra forzada en la oración, es decir, no es una oración de uso cotidiano; la tercera oración no apunta a la acepción solicitada.
22	b	a) La calle tiene una gran pendiente b) Esa montaña tiene 1 pendiente muy inclinada c) La pendiente de la rampa está muy inclinada	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Las tres oraciones redactadas por este alumno, se encuentran dentro de la cotidianeidad y con la acepción de la palabra pendiente solicitada
23	b	a) La pendiente de esa rampa es muy elevada b) La pendiente de ese ángulo es muy chica c) La pendiente de la escalera es correcta	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Las tres oraciones redactadas por este alumno, se encuentran dentro de la cotidianeidad y con la acepción

			de la palabra pendiente solicitada
24	b	a) Esta pendiente es de 0,5 mts b) la casa que vamos a construir tiene la pendiente de 55,9 mts	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Este alumno solo redactó dos oraciones. En las dos se logra interpretar que él sabe que la pendiente se mide, pero no logró interpretar que es una variación. Por lo tanto las expresiones no son parte de la cotidianidad.
25	b	a) Subamos la pendiente b) Esta pendiente está peligrosa c) Cuidado con la pendiente	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: Las tres oraciones que redactó el alumno son muy parecidas, pero se encuentran dentro de la cotidianidad y de la acepción solicitada
26	b	a) Cuidado niño con la pendiente b) Su trabajo de ayer está pendiente c) Pendiente estaba a ese trabajo	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta. Post-test: este alumno redactó tres oraciones que se encuentran en un contexto cotidiano, sin embargo solo la primera de ellas se encuentra en la acepción solicitada.

Diagnóstico 8. En la frase “Debo estar pendiente de lo que suceda en clases” la palabra subrayada se refiere a:

- a) Sumamente atento, preocupado por algo que se espera o sucede(*)
- b) Medida de la inclinación de una recta o de un plano
- c) Que está por resolverse o terminarse
- d) Arete con adorno colgante o sin él

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	a	El alumno marcó la alternativa correcta
3	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
4	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
5	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
6	a	El alumno marcó la alternativa correcta.

8	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
9	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
10	b	El alumno marcó la alternativa incorrecta.
11	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
13	c	El alumno marcó la alternativa incorrecta.
14	c	El alumno marcó la alternativa incorrecta.
15	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
16	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
17	d	El alumno marcó la alternativa incorrecta.
18	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
19	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
20	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
21	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
22	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
23	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
24	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
25	a	El alumno marcó la alternativa correcta.
26	a	El alumno marcó la alternativa correcta.

Post-test 7. De las siguientes afirmaciones, justifica si corresponden o no a características propias de una familia de rectángulos.

- a) Deben tener sus lados de las mismas medidas, y con ello, las mismas medidas de perímetro y área
- b) Deben tener sus lados proporcionales, y con ello, área y perímetro proporcionales también
- c) Deben compartir la diagonal, es decir, sus diagonales se encuentran en una misma línea.

Estudiante	Post-test A	Post-test B	Post-test C	Análisis
2				Este alumno no respondió este ítem en el post-test
3	No, porque no pueden tener distintos lados	Si, ya que es una característica	Si, ya que una familia de rectángulo comparte una misma diagonal para	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, sin justificación C correcta, para la justificación utilizó palabras

			todo	de la afirmación entregada
4	No, porque si no, no sería un rectángulo sería más bien un triángulo		Si porque así le puede dar la forma de rectángulo	A correcta, justificación incorrecta. B no respondió C correcta, justificación incorrecta
5	No corresponde porque eso formaría un cuadrado	SI	Si siempre tiene que ser así	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, sin justificación C correcta, justificación insuficiente.
6	Corresponde a un cuadrado	No puede ser un rectángulo	Esto se puede hacer en un tangrama, con rectángulo se hace	A correcta, justificación incorrecta B correcta, justificación incorrecta C confusa en justificación y respuesta
8	Si corresponde a la familia de los rectángulos	Si corresponde a la familia de los rectángulos	Si corresponde a la familia de rectángulo	A y B incorrectas, justificación de ambas incorrecta C correcta, sin justificación
9	si si corresponden	si porque así se pueden agrandar o achicar	si corresponde	A incorrecta, justificación incompleta B incorrecta, justificación incorrecta C correcta, sin justificación
10	No porque si fuera rectángulo no debería tener todos los lados de la misma medida	Si, corresponde a las características de un rectángulo	Si corresponde a las características de un rectángulo	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incorrecta C correcta, sin justificación
11	No corresponde porque los rectángulos pueden ser e diferentes	Si para que se forme un rectángulo	Si la diagonal divide el rectángulo en dos formando 2 triángulo	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incorrecta C correcta, justificación

	medidas			incorrecta
13	No, la medida de su ancho y su largo no son iguales por lo tanto no da las mismas medidas	Si, porque si son proporcionales da un número	Si porque la diagonal parte al rectángulo en dos parte iguales	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incorrecta C correcta, justificación incorrecta
14	No, porque un rectángulo esta formado por dos partes distintas como la altura y el ancho	Si es correcto sus lados son proporcionales	A veces se encuentra en el mismo lugar o un lugar distinto	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incompleta (faltó área y perímetro) C incompleta, justificación incompleta
15				No respondió el ítem
16	No, estas son medidas de un cuadrado	No, estas son características de un cuadrado	SI	A correcta, justificación incorrecta B correcta, justificación incorrecta C correcta, sin justificación
17	Si, ya que así se pueden identificar sus ángulos	No necesariamente, ya que aunque sean distintas proporciones, el ángulo aparecerá	No, ya que donde se ubique el ángulo estará la diagonal	A incorrecta, justificación incorrecta B correcta, justificación incorrecta C incorrecta, justificación incorrecta
18				No respondió el ítem
19	Si			A incorrecta, sin justificación B y C, no respondió ítems
20	No corresponde, porque tuviera las mis medidas seria un cuadrado	Si corresponde, sus lados deben ser proporcionales para que tenga una diagonal	Si corresponde la diagonal debe estar en la misma línea	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incompleta (no consideró área y perímetro) C correcta, para la justificación utilizó palabras de la afirmación entregada

21	No corresponde	Si corresponde	Si corresponde	A correcta, no justifica B incorrecta, no justifica C correcta, no justifica
22	No corresponde porque un rectángulo no puede tener los lados iguales	Si corresponden porque así tendrían la misma diagonal	Si corresponden porque al ser proporcionales sus diagonales coincidirían	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incompleta (no consideró área y perímetro) C correcta, justificación correcta Se percibe avance del estudiante
23	No porque, si no serían todos iguales	Si, porque siendo proporcionales tiene algo en común	Si, así se sabe que son proporcionales entre sí	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incompleta (no consideró que área y perímetro no tienen la misma proporcionalidad) C correcta, justificación incompleta
24	No, porque el rectángulo de largo tiene que tener mayor medida que el ancho y diferente medidas en perímetro y área	Si, porque es el caso de proporciones el caso es que el área y el perímetro también esa proporcionales	Si, pero depende en la altura que tenga pero tienen que llegar al mismo punto que los otros	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incorrecta C correcta, justificación correcta Se percibe avance del estudiante
25	No porque son 2 lados diferentes	Si corresponde, siempre que se va agrandando un rectángulo queda con su misma forma	Si corresponde siempre la diagonal esta en el mismo lado crece el rectángulo y crece la diagonal	A correcta, justificación incorrecta B incorrecta, justificación incompleta C correcta, justificación correcta Se percibe avance del estudiante
26	No sé nada yo	No sé, se me olvido	No entiendo esto se me olvido	En las tres, el alumno indica que se le olvidó o que no sabe nada

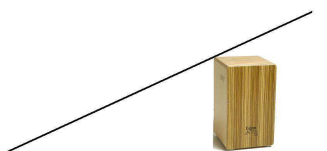
				Se percibe retroceso en el estudiante
--	--	--	--	---------------------------------------

Diagnóstico 10. Miguel puso una rampla para lanzarse en bicicleta sobre un cajón de madera, de tal manera de que tuviera la mayor inclinación posible ¿cuál de los siguientes cajones utilizó?

a



b

c
(*)

d



Post-test 8. Pablo puso una rampla sobre un cajón de madera para lanzarse en patines. Dibuja tres posibilidades, considerando que tiene cajones de distintas alturas y la rampla es la misma. Fundamenta cuál de ellas es la más conveniente.

9. De acuerdo a la pregunta anterior, dibuja tres posibilidades, pero esta vez considerando que dispone de rampas de distintas longitudes y un solo cajón. Fundamenta cuál es la peor opción

Estudiante	diagnóstico	Post-test 8	Post-test 9	Análisis
2	c	Bien, la más conveniente es la rampa 1 ya que tiene menos inclinación que las otras	Mal, la peor opción sería la rampa 3 ya que tiene demasiada inclinación y es más difícil	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: Este alumno realizó de manera correcta el dibujo solicitado, justificando de manera correcta Post-test9: El dibujo realizado no se considera correcto, pero la justificación es indicada.
3	c	Bien, la que le conviene más es la 3 ya que su rampla esta más que las otras , es más seguro	Bien, creo que es la 1 ya que esta más inclinada y por ende es más peligrosa para un accidente	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo realizado es correcto, la justificación es indicada, pero la redacción no está totalmente clara Post-test9: el dibujo es

				correcto, justificación correcta.
4	c	Mal, yo creo que la más conveniente es el cajón con la rampa 1	Mal, la peor opción es el cajón con la rampa 3	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test 8 y 9: el dibujo realizado no se considera correcto.
5	c	Bien, yo creo que la más conveniente es la más grande porque así tiene más altura y se tirara con más impulso	Bien, yo creo que si la rampa es grande es mejor porque no saca nada con tener una rampa grande si tiene un cajón pequeño	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo se considera correcto, la justificación, a pesar de que eligió la más grande (más peligro) se encuentra correcta. Post-test9: el dibujo realizado se considera correcto, la justificación es confusa.
6	a	Bien, podría ser este, porque no es tan grande ni tan pequeño. No ejercería tanta fuerza sobre todo si es practicante		Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test8: el dibujo realizado es considerado correcto, la justificación es considerada correcta, ya que eligió el que se encontraba en término medio. Post-test9: no realiza dibujo Se percibe un leve avance del estudiante
8	c	Bien, la más conveniente es la primera ya que tiene un buen grado de inclinación	Bien, la peor opción es la tercera ya que no tiene inclinación es muy recta	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo realizado se considera correcto, la justificación es considerada correcta (eligió la que tenía “mejor grado de inclinación”) Post-test9: el dibujo se considera correcto, la justificación es considerada correcta
9	c	regular, esta es la más conveniente ya	mal, esta es la más conveniente ya	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta

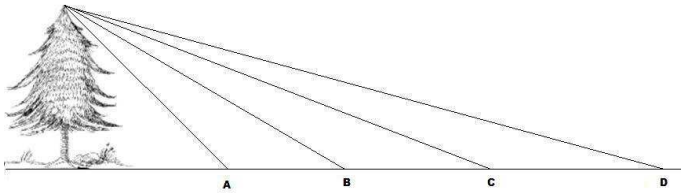
		que es más segura	que de un lado pasa al otro inmediatamente	Post-test8: el dibujo es considerado regular (no cumple con el objetivo, pero lo realiza desde lo observado en la vida cotidiana), la justificación es correcta Post-test9: El dibujo es considerado incorrecto, al igual que la justificación
10	c	Mal, yo creo que esta es la más conveniente porque tiene menos altura y menos inclinación	Bien, yo creo que esta es la peor posición porque tiene peores posibilidades de caer	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: El dibujo es considerado incorrecto, sin embargo la justificación es correcta. Post-test9: el dibujo es considerado correcto, la justificación es confusa
11	c	Mas o menos, la que conviene más es la A porque con ella se puede lanzar de una altura exacta en la otras no	Mas o menos, la peor opción es la C porque no alcanza la rampla es muy grande	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado regular, la justificación es considerada indicada para la situación desde su punto de vista Post-test9: el dibujo es considerado regular, la justificación es considerada indicada para la situación desde su punto de vista
13	c	Bien, para mí la A porque el tamaño tiene porque puede tener más desplazamiento	Bien, la peor opción sería la B porque el tamaño de la rampla es más chico y no coincide con el tamaño del cajón	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcto, la justificación es considerada correcta Post-test9: el dibujo es considerado correcto, al igual que la justificación
14	a	Bien	Bien	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test 8 y 9: el dibujo es considerado correcto, sin

				justificación. Se percibe un leve avance en el estudiante
15	c			Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test 8 y 9: no realiza dibujo
16	c	Bien, yo creo que la primera ya que quedo más acorde y justa		Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcto, la justificación es relativamente correcta Post-test9: no realiza el dibujo solicitado
17	c	Bien, la primera ya que tendría suficiente rampa para ir más rápido	Bien, la peor sería la 1 ya que no tendría mucha inclinación, al momento de lanzar	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcto, la justificación es considerada correcta (a pesar de que no consideró la seguridad) Post-test9: el dibujo es considerado correcta, la justificación es considerada correcta (en este caso si consideró la seguridad de la persona al lanzarse) Se percibe avance del estudiante
18	c	Más o menos		Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado regular, no hay justificación Post-test9: no realiza dibujo.
19	c	Bien, ésta porque el cajón es más alto y al lanzarse agarra más altura	Mal, yo encuentro que ninguna es de peor opción	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcto, la justificación es considerada

				correcta (a pesar de que no consideró la seguridad de la persona al lanzarse) Post-test9: el dibujo es considerado incorrecto al igual que la justificación
20	c	Bien, la más conveniente es la 3 porque es la más inclinada y al tirarse va a tener más velocidad	Bien, La peor es el 3 porque tiene poca inclinación entonces al tirarse no va a tener mucha velocidad	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test 8 y 9: el dibujo es considerado correcta, la justificación es considerada correcta (a pesar de que no consideró la seguridad de la persona al lanzarse)
21	c	Bien, la más conveniente es la 1 porque es más pequeña	Mas o menos, la peor opción es la 1, porque está muy levantada	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcto, la justificación es considerada correcta Post-test9: el dibujo es considerado regular, sin embargo la justificación se considera correcta
22	c	Bien, la 2 porque al estar más inclinada es más la fuerza y velocidad que se agarra	Bien, la 1 porque es larga y no tiene una inclinación para agarrar buena velocidad	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcto, la justificación es considerada correcta (a pesar que no consideró la seguridad de la persona al lanzarse) Post-test9: el dibujo es considerado correcto, la justificación es considerada correcta.
23	c	Bien, la 2 encuentro que es más conveniente, ya que es en la primera el cuerpo no	Bien, la 1 ya que esta es más conveniente ya que se puede caminar. En cambio en la 2 se resbalaría y	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcta, la justificación es considerada correcta y muy fundamentada. Post-test9: el dibujo es

		aguantaría y caería, lo mismo que en la 3era. En cambio esta rampa es mejor ya que se puede caminar de buena forma sin caerse o resbalarse	caería y en la 3era no bajaría nunca y se aburriría de caminar	considerado correcta, la justificación es considerada incorrecta ya que fundamentó para la mejor opción, y la pregunta era sobre la peor.
24	c	Bien, esta es la indicada para que la salte es la menos peligrosa	Bien, la peor es la 2	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test8: el dibujo es considerado correcto, la justificación es considerada correcta Post-test9: el dibujo es considerado correcto, la justificación es demasiado escueta
25	c	Mal, esta caída es más conveniente porque es más bajo el cajón y es una caída más segura y rápida	Mal, esta rampa es la peor porque la rampla entre más larga más peligrosa	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test 8 y 9: el dibujo es considerado incorrecto, sin embargo la justificación es indicada (mencionando la seguridad de la persona)
26	c			Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test 8 y 9: no realiza dibujo solicitado

Diagnóstico 11. En un campamento se dispone sólo de un árbol, y el grupo de campistas necesita amarrar una cuerda desde lo más alto del árbol hasta el suelo, para poder colgar su ropa. Si la cuerda posee una inclinación mínima la ropa resbala menos ¿En qué punto conviene ubicar el otro extremo de la cuerda?



- a.) En el punto A
- b.) En el punto B
- c.) En el punto C
- d.) En el punto D(*)

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	d	El alumno marcó la alternativa correcta
3	d	El alumno marcó la alternativa correcta
4	d	El alumno marcó la alternativa correcta
5	d	El alumno marcó la alternativa correcta
6	d	El alumno marcó la alternativa correcta
8	d	El alumno marcó la alternativa correcta
9	d	El alumno marcó la alternativa correcta
10	a	El alumno marcó la alternativa incorrecta
11	d	El alumno marcó la alternativa correcta
13	a	El alumno marcó la alternativa incorrecta
14	d	El alumno marcó la alternativa correcta
15	d	El alumno marcó la alternativa correcta
16	c	El alumno marcó la alternativa incorrecta
17	d	El alumno marcó la alternativa correcta
18	c	El alumno marcó la alternativa incorrecta
19	d	El alumno marcó la alternativa correcta
20	d	El alumno marcó la alternativa correcta
21	d	El alumno marcó la alternativa correcta
22	d	El alumno marcó la alternativa correcta
23	d	El alumno marcó la alternativa correcta

24	d	El alumno marcó la alternativa correcta
25	d	El alumno marcó la alternativa correcta
26	d	El alumno marcó la alternativa correcta

Diagnóstico 12. En la siguiente imagen, se encuentra el proyecto que tiene Juan para armar el techo de la casa de su perro. Marca la alternativa que ordene los techos considerando la mejor inclinación para que el agua fluya más rápido.



- a.) 1, 3, 2
- b.) 2, 3, 1(*)
- c.) 1, 2, 3
- d.) 3, 2, 1

Post-test 10. En la siguiente imagen, se encuentra el proyecto que tiene Juan para armar el techo de la casa de su perro. Ordena las casas considerando la mejor inclinación del techo para que el agua fluya más rápido.



312)

(posibles respuestas 231

Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2	a	3-1-2: porque el numero 1 el techo está más inclinado y el agua fluya más, en cambio en la 2 cuesta mucho más y la 3 no fluiría nada	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: la respuesta es considerada correcta, la justificación entregada es coherente con su propia elección Se percibe avance del estudiante

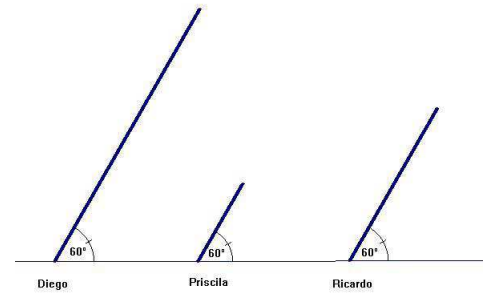
3	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta entregada por el alumno es considerada correcta, sin justificación.
4	b	1-2-3: La mejor opción es la casa 2 luego, sigue la 3 y al último la 1	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta es considerada correcta, la justificación es coherente con su elección.
5	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, sin justificación
6	a	1-3-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: la respuesta es considerada incorrecta, y esto debido a que no justificó
8	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, sin justificación
9	b	3-1-2 1: porque mientras más arriba esta el techo mas rápido cae el agua	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, la justificación es correcta
10	b	2: yo considero que esta porque tiene más inclinación para el agua	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta no es totalmente correcta, ya que no marcó el orden solicitado; sin embargo la justificación es correcta.
11	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, sin justificación.
13	b	3: porque la forma del techo puede hacer que el agua caiga en forma correcta y rápida y que el	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta, debido a la justificación entregada por el alumno,

		perro no se moje,2: Es la más inclinada, pero tiene tanta inclinación que el agua caería por todos lados,1:No tiene mucha inclinación y caería más lento	se considera correcta, porque razonó respecto de la inclinación, pero descartó la posibilidad correcta por razones de fatiga de material y basándose en la vida cotidiana.
14	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta entregada es considerada correcta, sin justificación
15	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta entregada es considerada correcta, sin justificación
16	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta entregada es considerada correcta, sin justificación
17	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta entregada es considerada correcta, sin justificación
18	b	3-1-2: La de al medio es la mejor porque mientras más alto mejor	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta entregada es considerada correcta al igual que la justificación entregada
19	b		Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: el alumno no responde el ítem, a pesar de que responde otros del post-test
20	b	3-1-2: El orden es así, porque la uno es la que está más inclinada entonces el agua fluiría más rápido	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta entregada es considerada correcta al igual que la

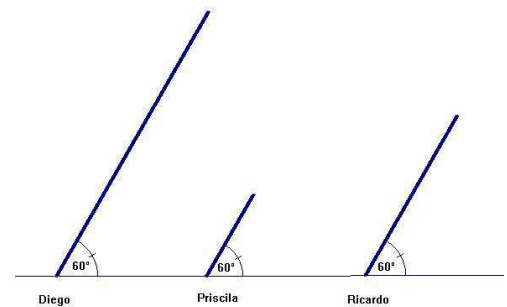
			justificación entregada
21	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta entregada es considerada correcta, sin justificación
22	b	3-1-2: porque tiene mayores inclinaciones así el agua fluye mejor	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta entregada es considerada correcta al igual que la justificación entregada
23	b	3: en esta el agua puede que quede apilada en el techo y después caiga al suelo. 1: porque está más inclinada y el agua resbalara y caerá más rápido al suelo. 2: En esta el agua igual caerá al suelo pero de manera más lenta	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta entregada es considerada correcta al igual que la justificación entregada, la explicación es detallada.
24	b	3-1-2:	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta entregada es considerada correcta, sin justificación
25	b	3-1-2: 1 porque entre más alta y más inclinada más rápido cae el agua	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta entregada es considerada correcta al igual que la justificación entregada
26	b	La de al medio porque está más inclinada y el agua más rápida	Diagnóstico: El alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta no es totalmente correcta, ya que no marcó el orden solicitado; sin embargo la justificación es correcta.

Diagnóstico 13. Priscila, Ricardo y Diego son los finalistas de un juego deportivo, el cual consiste en lanzar una jabalina (vara de madera). Cada uno elige el tamaño de su jabalina. Gana quien la deje clavada con menor pendiente respecto al suelo. El dibujo que se muestra a continuación grafica la situación ¿Quién ganó la competencia?

- a.) Diego
- b.) Priscila
- c.) Ricardo
- d.) Hubo un triple empate(*)



Post-test 11. Priscila, Ricardo y Diego son los finalistas de un juego deportivo, el cual consiste en lanzar una jabalina (vara de madera). Cada uno elige el tamaño de su jabalina. Gana quien la deje clavada con menor pendiente respecto al suelo. El dibujo que se muestra a continuación grafica la situación ¿Quién ganó la competencia? Fundamenta tu respuesta.



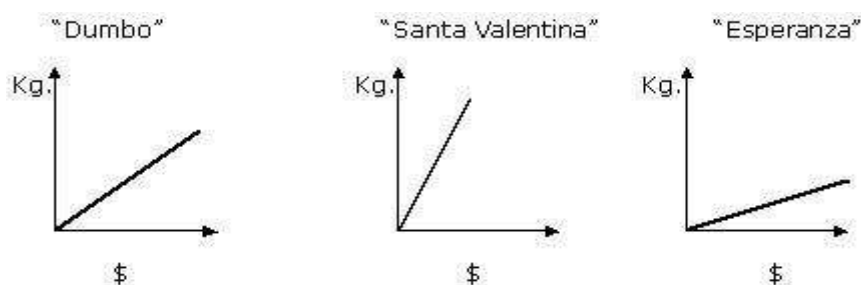
Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2	d	Ganaron los 3 ya que la dejaron con la misma pendiente	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, en la justificación escribe “la misma pendiente”
3	d	En esta competencia hubo un triple empate ya que pedían menor pendiente y las 3 estuvieron iguales	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, en la justificación escribe “las 3 estuvieron iguales (pendiente)”
4	d	Es un empate porque las tres tiene lo mismo	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta se considera correcta, al igual que la justificación
5	d	Yo creo que están todos empatados por	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada

		que todos lo enterraron a la misma altura es solo que son de distinto tamaño por eso uno puede pensar que alguien gana pero no	correcta, al igual que la justificación que es extensa y precisa (menciona que el tamaño es el distinto)
6	d	No se puede deducir bien, porque si uno ve esto se ve que todos están iguales, lo único que varía es el tamaño de las jabalinas	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, al igual que la justificación que es extensa y precisa (menciona que el tamaño es el que varía)
8	d	Yo creo que gana Diego porque como su jabalina es más larga toma más pendiente	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta del alumno es considerada incorrecta. Se percibe retroceso en el estudiante
9	d	nadie ganó hay un triple empate por su inclinación	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, al igual que la justificación (menciona la inclinación)
10	c	Priscilla porque pesa menos y es más rápida	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: la respuesta es considerada incorrecta
11	d	Priscilla porque dejó clavada la pendiente con menos distancia al suelo	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta Se percibe retroceso en el estudiante
13	c	Ricardo porque el tamaño de su jabalina esta bien en el tamaño y el peso	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: la respuesta entregada por el alumno es considerada incorrecta.

14	b	Diego porque fue la que llegó más hacia arriba y no se clavó tanto	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta
15	d		Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: el alumno no respondió este ítem, a pesar que otros sí (en el post-test) Se percibe retroceso en el estudiante
16	a	Si	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta.
17	d	Fue un empate, ya que las tres varas tienen la misma pendiente	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, en la justificación escribe “la misma pendiente”
18	b	Yo creo que Ricardo gana la competencia ya que su jabalina es mediana y puede tirarla con más fuerza y así se hubiera clavado más rápido	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: la respuesta es considerada incorrecta
19	a	Gana Priscilla porque ella la dejó con menor pendiente en el suelo	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, además en la justificación se logra interpretar que confundió “pendiente” con longitud de la vara.
20	d	Ricardo, porque es el que dejó clavada la jabalina con menor pendiente	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, además en la justificación se logra interpretar que confundió “pendiente” con longitud de la vara. Se percibe retroceso en el estudiante
21	d	Priscilla, porque	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa

		la dejo con menor pendiente	correcta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, además en la justificación se logra interpretar que confundió “pendiente” con longitud de la vara. Se percibe retroceso en el estudiante
22	d	Priscilla, porque era más chica y tenía una altura baja	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, además en la justificación se logra interpretar que confundió pendiente con longitud de la vara. Se percibe retroceso en el estudiante
23	d	Es un empate, ya que todos tiene el mismo grado de inclinación respecto al suelo (60°)	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa correcta Post-test: la respuesta es considerada correcta, en la justificación escribió “el mismo grado de inclinación respecto al suelo”
24	b	Priscilla tiene menor pendiente que los otros	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, además en la justificación se logra interpretar que confundió “pendiente” con longitud de la vara.
25	b	Priscilla, porque tiene menos pendiente	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, además en la justificación se logra interpretar que confundió “pendiente” con longitud de la vara.
26	b	Gano Priscilla porque ella fue quien la dejo más enterrada y más cercana al suelo	Diagnóstico: el alumno marcó la alternativa incorrecta Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, además en la justificación se logra interpretar que confundió el concepto de pendiente.

Diagnóstico 14. A continuación se ilustra la relación de costo del pan en tres panaderías distintas:



De acuerdo a esta información, es cierto que:

- a) El pan en Esperanza es el de mayor precio(*)
- b) El pan en Santa Valentina es más caro que el de Esperanza.
- c) El pan en Dumbo es más caro
- d) El pan en Dumbo es más barato que en Santa Valentina.

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	d	La respuesta es considerada incorrecta
3	a	La respuesta es considerada correcta
4	a	La respuesta es considerada correcta
5	b	La respuesta es considerada incorrecta
6	d	La respuesta es considerada incorrecta
8	a	La respuesta es considerada correcta
9	a	La respuesta es considerada correcta
10	a	La respuesta es considerada correcta
11	d	La respuesta es considerada incorrecta
13	a	La respuesta es considerada correcta
14	b	La respuesta es considerada incorrecta
15	b	La respuesta es considerada incorrecta
16	a	La respuesta es considerada correcta
17	a	La respuesta es considerada correcta
18	b	La respuesta es considerada incorrecta
19	d	La respuesta es considerada incorrecta
20	a	La respuesta es considerada correcta
21	a	La respuesta es considerada correcta
22	a	La respuesta es considerada correcta
23	a	La respuesta es considerada correcta

24	a	La respuesta es considerada correcta
25	b	La respuesta es considerada incorrecta
26	a	La respuesta es considerada correcta

Post-test 12. De las siguientes afirmaciones, justifica en cada uno de los casos si corresponde o no a la pendiente de una recta

- Cantidad representada por el coeficiente de la variable en la ecuación principal de la recta
- Valor del ángulo de inclinación de la recta respecto del eje horizontal
- Razón entre los cambios de ordenadas respecto de los cambios de abscisas en su gráfico

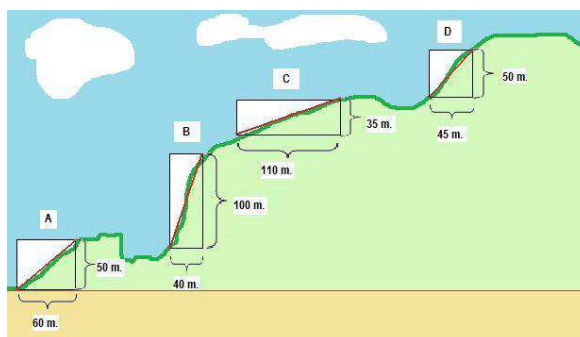
Estudiante	Post-test a	Post-test b	Post-test c	Análisis
2				Post-test: Este alumno no respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
3	No corresponde	Si, ya que cada pendiente tiene su inclinación	Si ya que varían su inclinación	Post-test: Dos de las tres afirmaciones entregadas se consideran relativamente correctas, la primera respondió de manera negativa sin justificar; la segunda relacionó la inclinación con la pendiente, sin saber conectar su idea con el valor del ángulo; la tercera respuesta relacionó lo realizado en la secuencia.
4				Post-test: Este alumno no respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
5				Post-test: Este alumno no respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
6	No corresponde	Corresponde	Corresponde	Post-test: Este alumno no fundamentó ninguna de sus respuestas. Sin embargo, se considera correcta sólo la última, ya que este proceso se vivió en la

				secuencia.
8	No corresponde a una pendiente recta	Si corresponde a una pendiente recta	SI corresponde a una pendiente recta	Post-test: Este alumno no respondió con fundamentos lógicos ninguna de sus respuestas. Sin embargo, se considera correcta sólo la última, ya que este proceso se vivió en la secuencia.
9	si	no	si	Post-test: Este alumno no fundamentó ninguna de sus respuestas. Sin embargo, se considera correcta sólo la última, ya que este proceso se vivió en la secuencia.
10				Post-test: Este alumno no respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
11		Si		Post-test: Este alumno solo respondió el segundo ítem, sin entregar fundamentos, por lo que se considera incorrecta.
13	No, la cantidad siempre tendría la misma variabilidad	Sí, porque el valor del ángulo va dependiendo de la inclinación que tenga algo	No, porque no tienen nada que ver con el uno del otro	Post-test: Este alumno respondió con fundamentos relacionados con sus propias ideas, es decir, la primera relacionó la palabra variable con las rectas paralelas (si las rectas lo son, entonces, “siempre tendrían la misma variabilidad” respecto a la pendiente); en la segunda relacionó el ángulo de inclinación de “algo” con la pendiente (mismo ángulo de inclinación de rectas o planos paralelos); en la tercera no se entiende el fundamento
14	No se	Correcto es una pendiente	Si mientras sean iguales la razón va a salir exacta	Post-test: en la primera reconoció no saber, en la segunda no fundamentó, en la tercera relacionó con la actividad realizada de manera correcta
15				Post-test: Este alumno no

				respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
16	Si	No	No	Post-test: Este alumno no fundamentó ninguna de sus respuestas. En la última no logró relacionar su respuesta con las actividades de la secuencia
17	Si ya que así podríamos ver la pendiente	Si, así lograríamos ver la pendiente y su valor	No, realmente ya como podríamos saber su valor	Post-test: Este alumno entregó fundamentos relacionados con “ver su valor” (pendiente), sin embargo no se consideran correctas las repuestas (si se conoce la razón entre los cambios de ordenada y los de abscisas, podríamos “saber su valor”)
18				Post-test: Este alumno no respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
19				Post-test: Este alumno no respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
20	Si corresponde porque si hace la ecuación saldrán las mismas medidas	Si corresponde tiene las mismas medidas		Post-test: Este alumno respondió solo las dos primeras afirmaciones, la primera relacionó la palabra variable con las rectas paralelas (si las rectas lo son, entonces, “saldrán las mismas medidas” para las pendientes); y en la segunda el fundamento no es correcto.
21	No corresponde	Si corresponde	No corresponde	Post-test: Este alumno no fundamentó ninguna de sus respuestas. En la última no logró relacionar su respuesta con las actividades de la secuencia
22	Si corresponde	Si porque así se ve su		Post-test: Este alumno respondió dos de las afirmaciones, en la

	porque	inclinación		primera no fundamentó (no terminó de escribir su idea); en la segunda su respuesta la relacionó con ver el ángulo de inclinación, más que el valor del mismo como pendiente.
23	Sí, porque va variando según los cambios de la ecuación si es más grande o más chica	Sí, porque de eso se ve que tan alta es la pendiente	Si, así va variando	Post-test: las tres respuestas de este alumno fueron afirmativas y con fundamentos, sin embargo éstos se encuentran fuera de lo esperado, la primera relacionó la longitud de un trazo con la recta al decir que la pendiente varía en relación a los “cambios de la ecuación se es más grande o más chica”; en la segunda relaciona el ángulo de inclinación con “que tan alta es la pendiente” (en la razón, el consecuente cambia más que el antecedente), en la tercera no entrega un fundamento de fuerza (“así va variando”)
24	Yo creo que la variable es una de pendiente	Parece que también tiene pendiente	No tiene pendiente	Post-test: las respuestas entregadas no se consideran fundamentadas correctamente.
25				Post-test: Este alumno no respondió este ítem, a pesar de responder otros ítems del post-test. Esto puede deberse a la falta de seguridad de su respuesta.
26	No cacho nada	No cacho nada	No cacho nada	Post-test: Este alumno condesó no entender de qué se trata el ítem (“no cacho nada”)

Diagnóstico 16. Una empresa de construcción, desea instalar otro teleférico por la parte posterior del cerro San Cristóbal. Para ello, se dibujó una primera idea de lo que se desea hacer, tal como se muestra a continuación:



Cada rectángulo, a través de su diagonal, muestra algunos trazos de la instalación ¿Cuál crees tú que será el trazo más difícil de instalar? ¿y el trazo que menos dificultad se tendrá en instalación? Fundamenta tu respuesta.

(Respuesta esperada: El trazo más difícil de instalar es el trazo B ya que la pendiente de la diagonal del rectángulo B es mayor que la de los otros rectángulos. El trazo de menor dificultad es el trazo C, ya que la diagonal de ese rectángulo tiene menor pendiente que los demás rectángulos)

Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2	el mas difícil yo creo será la B y C Porque tienen más medidas y el más difícil es la A y D porque son los que tienen menos medidas	Yo creo que el trazo D va a hacer el más difícil ya que esta a mayor altura. Y el más fácil va a hacer el trazo A porque esta más cerca del suelo	Diagnóstico: la respuesta no es considerada correcta, ya que tan solo se refirió a las “medidas” y no a la variación entre estos valores Post-test: la respuesta se encuentra fuera de lo esperado, ya que no se explicó en las indicaciones que la dificultad dependía, en este caso, de la pendiente
3	yo creo que el que costaría más es el B ya que es una pendiente muy inclinada y la que menos costaría es la A ya que es corta y esta más cerca del suelo	El más difícil va a hacer el trazo B ya que tiene mayor inclinación y el más fácil va a hacer el trazo A ya que está más bajo y no es tan inclinado	Diagnóstico: La respuesta es considerada correcta, ya que al explicar el trazo más difícil lo hace de manera asertiva (menciona la palabra “inclinación”), sin embargo no logró extender esta misma idea para explicar el trazo más fácil de instalar Post-test: repite la misma explicación del diagnóstico (utilizando palabras similares,

			“inclinación”)
4	yo creo que el trazo más difícil de instalar sería el de la letra c por la forma en que está	El más difícil sería la letra C y la más fácil sería la B, si lo miramos de arriba abajo	Diagnóstico: la respuesta es considerada incorrecta, sin embargo es importante aclarar que no se explicó en las indicaciones que la dificultad dependía, en este caso, de la pendiente Post-test: la misma explicación del diagnóstico
5	B y C son más difíciles porque tienen mucho más altura por lo que son más empinados lo que costaría mucho trabajo. A y D son más pequeños lo que requiere menos esfuerzo	B, creo que si no es tan ancho como el C es más alto por lo cual podría ser más complicado, D, es menos inclinado y más pequeño que todos los otros	Diagnóstico: La respuesta es considerada incorrecta ya que para el trazo más difícil redactó que era B y C (donde C era el más fácil) justificando que “tienen más altura” y “son más empinados”, para el más fácil, consideró los rectángulos que representaban los trazo A y D, justificando que “son más pequeños” (tienen menos perímetro) Post-test: Para el más difícil justificó de manera correcta (observó la variación, más altura y menos ancho, por ende mayor pendiente). Para justificar el más fácil, no relacionó de manera similar al anterior. Se percibe un leve avance del estudiante
6	yo creo que b y c son los más difíciles porque son de mayor metros, eso lo hace más complejo, se requiere más trabajo, mientras que a y b son difíciles por ser más chicos y requiere menos esfuerzo que el	Los más difíciles podría ser los rectángulos porque son más grandes y requieren más esfuerzo mientras que el más fácil, sería los cuadrados pero todo lo contrario al rectángulo	Diagnóstico: la respuesta es considerada incorrecta, ya que relacionó dificultad con la medida de la diagonal del rectángulo, sin embargo dentro del contexto real es correcto, además en las indicaciones no se especificó que debían responder de acuerdo a la pendiente. Post-test: la misma explicación del diagnóstico, pero utilizando otras palabras.

	otro		
8	yo creo que el mas dificil seria el b porque tiene mucha inclinación, entonces tomaría mucho tiempo, y el más fácil seria el c ya que tiene la inclinación perfecta para la construcción de un teleférico	El menos dificil es la C ya que tiene buen grado de inclinación. La más dificil es la B porque tiene mucha pendiente y más grado de inclinación	Diagnóstico: la respuesta es considerada correcta para ambos casos, utilizando la frase “muchu inclinación” y “inclinación perfecta” Post-test: la respuesta es considerada correcta, a pesar de que la misma en contenido que la entregada en el diagnóstico, el alumno utilizó “buen grado de inclinación” y “muchu pendiente y más grado de inclinación”
9		Yo creo que el D será el más dificil porque es el que está más alto. Yo creo que el A ya que esta bien abajo y es el más fácil	Diagnóstico: no respondió el ítem, puede deberse a que no se sintió seguro de su respuesta. Post-test: la respuesta es considerada incorrecta, sin embargo desde el contexto cotidiano la respuesta es lógica, además en las indicaciones del ítem no se especificaba que la respuesta debía estar en relación a la pendiente.
10	El trazo más dificil es la letra B porque ocupa más trazo. El menos dificil es la letra D porque ocupa menos trazo	Yo creo que el más dificil es la C por la suma de sus lado y el menos es la D	Diagnóstico: La respuesta es considerada incorrecta, ya que justificó desde el perímetro del rectángulo (“ocupa más trazo” o “ocupa menos trazo”), sin embargo en las indicaciones del ítem no se especificaba que la respuesta debía tener relación a la pendiente. Post-test: respondió de manera similar que en el diagnóstico, especificando esta vez “por la suma de sus lados”
11	El trazo más dificil es la letra c y el trazo con menos dificultad es la letra A	La C es el trazo más dificil de instalar porque tiene más medida y la diagonal a una medida de 30° del suelo, la más fácil es la D porque tiene menos medida	Diagnóstico: la respuesta es considerada incorrecta, no realiza fundamentación Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, a pesar que en la justificación utilizó la

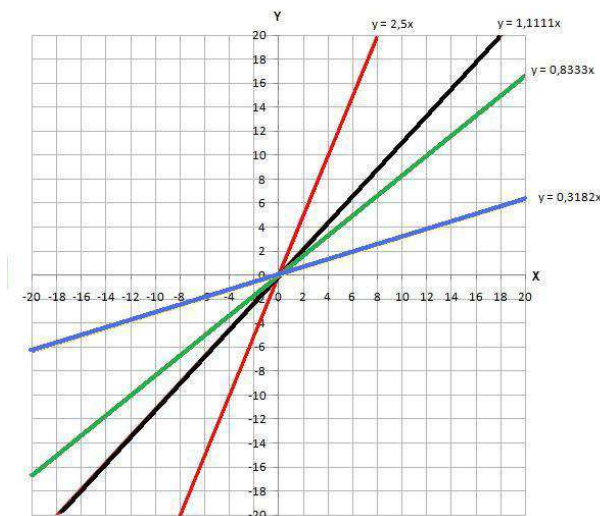
			frase “medida de 30° del suelo”
13	El trazo más difícil es el trazo B porque es el que tiene más trazo. El trazo más fácil será el d porque tiene menos espacio de dimensiones	El B porque es el trazo más alto y sería más difícil de inclinarlo para que suba el cerro, el C porque es fácil de transportar y caben más personas	Diagnóstico: este estudiante respondió correctamente para el trazo más difícil, sin embargo la justificación es incorrecta (fundamentó de acuerdo a la medida de la diagonal del rectángulo). Es importante mencionar que en las indicaciones del ítem no se pidió que se analizara desde la pendiente de cada trazo Post-test: La respuesta es considerada correcta (en el más difícil habla de dificultad al “inclinarlo”), sin embargo la justificación del más fácil se encuentra fuera de lo esperado, a pesar de que se encuentra en un buen contexto cotidiano. Se percibe avance del estudiante
14	yo creo que la D es la más difícil de instalar y la que más cuesta es la C por su peso y metros	D, es la que menos cuesta instalar, C es la que más difícil tiene	Diagnóstico: la respuesta es considerada incorrecta, al igual que la justificación Post-test: la respuesta es considerada incorrecta, sin justificación
15	El D porque esta a mayor altura	El trazo más fácil es el A porque es uno de los más chicos y el que esta más abajo. El trazo más fácil es el B porque es el más alto	Diagnóstico: la respuesta es considerada incorrecta y se debía de lo esperado, a pesar de que en las indicaciones del ítem no se explicó que debían considerar la pendiente del trazo para responder Post-test: la respuesta es considerada incorrecta, al igual que su justificación
16		El trazo de la A, porque no es recta y el menos difícil el de la D porque se ve más recta	Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: La respuesta es considerada incorrecta, la justificación es confusa
17	1. Sería el más	El más difícil sería el	Diagnóstico: La respuesta es

	difícil trazo B, C 2. Menos complicados A y D	rectángulo B, ya que su proporción es complicado y grande, El más fácil sería el D ya que sus medidas son pequeñas	considerada incorrecta, a pesar de que nombró el trazo B para uno de los más difíciles, no hay justificación Post-test: la respuesta para el más difícil es considerada correcta, ya que fundamentó de acuerdo a “su proporción”, el considerado más difícil por el alumno no se considera correcto
18	Yo creo que el más difícil de instalar es el "B" ya que está levantado. La más fácil podría ser la "A" ya que está en la tierra	El trazo más difícil de instalar es el B ya que está en posición vertical, y el más fácil es el A ya que está en la tierra	Diagnóstico: este alumno solo respondió correctamente el trazo más fácil, sin embargo la justificación entregada no es correcta Post-test: Respondió de manera similar que en el diagnóstico, solo que esta vez explicó que “está en posición vertical” (la pendiente es mayor) Se percibe un leve avance del estudiante
19		El más difícil C porque hay una desviación y más fácil A,B,D porque su diagonal es derecha	Diagnóstico: este alumno no responde este ítem Post-test: la respuesta es considerada incorrecta y la justificación es confusa
20	el trazo B porque es el que presenta mayor inclinación de todos los demás, en cambio el A es el que menos costara instalarlo porque está en sus proporciones tanto como horizontal y vertical y la pendiente no esta tan inclinada	El más fácil de instalar será el B porque es el que tiene mayor pendiente y el más fácil será el A, porque no tiene tanta pendiente y está más proporcionado	Diagnóstico: la respuesta es considerada correcta, ya que al justificar relacionó su respuesta con “pendiente”, para el más difícil respondió correctamente. Post-test: utilizó frases similares y entregó la misma respuesta “mayor pendiente” “no tiene tanta pendiente y está más proporcionado”
21	trazo mas difícil=b	El más fácil será la B, el más fácil será la D	Diagnóstico: la respuesta es considerada regular, respondió

	trazo más fácil=d		correctamente al trazo más difícil, pero no justificó Post-test: Respondió de manera similar que en el diagnóstico.
22	El más difícil el B y el más fácil el C. Porque el B está más inclinado. Por otra parte el C es mucho más bajo	El que más costara será el B porque tiene una mayor inclinación. El que menos costara es el D porque es bajo en la altura	Diagnóstico: la respuesta es considerada correcta, en la justificación consideró que el trazo más difícil “está más inclinado” y para el más fácil “más bajo” (se cree que considerando la pendiente) Post-test: La respuesta en relación al trazo más difícil es correcta, al igual que su justificación (tiene una mayor inclinación”), sin embargo para el otro trazo relacionó la dificultad con la altura en la que se encuentra el trazo, si bien no se encuentra dentro de lo esperado, está dentro del contexto cotidiano y en las indicaciones entregadas para responder este ítem no se especificó respecto a qué se debería relacionar la dificultad de instalación de los trazos
23	El trazo más difícil sería el A y B, ya que tiene más movimiento y es mas largo. Y el trazo más fácil de instalar sería el B y C, ya que es el más corto y es casi recto	El más difícil será el trazo A, B porque tiene muchas curvas y es el más largo. Y el más fácil sería el trazo B,C porque es el más corto y tiene menos dificultad para instalar	Diagnóstico: la respuesta es considerada incorrecta ya que la justificación es confusa e incorrecta (considera un trazo para el segmento más fácil y para el más difícil) Post-test: Respondió de manera similar al diagnóstico
24	Por mi parte el que más va a costar va a ser la letra C porque es la que tiene mayor largo y es más difícil de poner. La letra D	El que más va a costar es la letra C y el que menos va a costar es la D	Diagnóstico: la respuesta entregada por el estudiante es considerada incorrecta, ya que justificó respecto a medida del trazo, sin embargo hay que considerar que en las instrucciones del ítem no se señalaba que la respuesta debía

	es la que menos complejidad va a tener		ir en relación a la pendiente del trazo Post-test: la respuesta es considerada incorrecta, no justifica.
25	El trazo más difícil de instalar es el D porque está más arriba y el de menos dificultad es el A por que esta mas abajo	El trazo D es el más difícil de instalar porque está más arriba y el trazo A es el más fácil porque está abajo	Diagnóstico: la respuesta es considerada incorrecta, sin embargo se analiza desde un contexto cotidiano, se encuentra correcta, ya que además no se indicaba que la respuesta debía estar relacionada a la pendiente del trazo Post-test: entregó la misma respuesta que en el diagnóstico
26	A mi parecer la que costara más será la letra C porque es más grande que las demás tiene más metros. La más fácil es la D porque es más pequeña que todas	La B es la más difícil de instalar porque está más inclinada y el menos difícil es el A porque está en la parte baja y es más pequeño que los otros	Diagnóstico: La respuesta es considerada incorrecta, sin embargo al interpretar la justificación redactada y si se analiza desde la perspectiva cotidiana, se encuentra correcta, ya que en las indicaciones del ítem no se encontraba especificado que la respuesta debía estar relacionada a la pendiente del trazo Post-test: para el trazo más difícil, la respuesta se encuentra correcta, e incluso incluyó en su justificación “porque está más inclinada”; para el trazo de menor dificultad, la respuesta entregada no se considera correcta, sin embargo se encuentra en un contexto más cotidiano (“está en la parte más baja y es más pequeño”)

Diagnóstico 17. De la pregunta anterior, el ingeniero a cargo necesita expresar la idea en un plano cartesiano, y además, tener un resumen de ello para tener una visión general de la situación. Identifica cada recta con la diagonal de cada rectángulo, considerando la inclinación de ella.



(Respuesta esperada: la recta identificada con la ecuación $y = 2,5x$ corresponde al trazo B. La recta identificada con la ecuación $y = 1,1111x$ corresponde al trazo D. La recta identificada con la ecuación $y = 0,8333x$ corresponde al trazo A. La recta identificada con la ecuación $y = 0,3182x$ corresponde al trazo C.)

Estudiante	diagnóstico	Post-test	Análisis
2			Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: el alumno no respondió este ítem
3	la recta $(-8,-20)(8,20)$ es el B La recta $(-20,-5)$ y $(20,6)$ es el C la recta $(-19,-17)$ y $(19, 17)$ es el D La recta $(-18,-20)$ y $(18,20)$ es el A	B: $y = 2,5x$ D: $y = 1,1111x$ A: $y = 0,8333x$ C: $y = 0,3182x$ El $(8,20)$ y $(-8,-20)$ son el B El $(18,20)$ y $(-18,-20)$ son el D El $(20,17)$ y $(-20,-17)$ son el A El $(20,8)$ y $(-20,-6)$ son el C	Diagnóstico: El alumno relacionó correctamente solo dos de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior (trazos B y C) Post-test: El alumno relacionó correctamente todas las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior

			Se percibe avance del estudiante
4			Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: el alumno no respondió este ítem
5		A: $y=1,1111x$ B: $y=2,5x$ C: $y=0,3182x$ D: $y=0,8333x$	Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: El alumno relacionó correctamente solo dos de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior (trazos B y C) Se percibe avance del estudiante
6			Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: el alumno no respondió este ítem
8	la recta (20,6)(-20,6) es C [$y=1,1111x$] la recta (20,16)(-20,-16) es A [$y=0,3182x$] la recta (20,18)(-20,-18) es D [$y=2,5$] la recta (8,20)(-8,20) es b [$y=1,1111x$]	A: $y=3,8333x$ B: $y=2,5x$ C: $y=0,3182x$ D: $y=1,1111x$ A) (-20,-17) (20,17) B) (-8,-20)(8,20) C) (-20,-6)(20,6) D) (-18,-20)(18,20)	Diagnóstico: para el trazo C relacionó de manera correcta, pero se equivocó al escribir los puntos pertenecientes a la recta. El trazo A lo identificó incorrectamente con la línea recta, sin embargo lo relacionó correctamente con los puntos pertenecientes a la recta correcta. El trazo D lo relacionó incorrectamente. El trazo B lo relacionó incorrectamente con la línea recta, sin embargo lo relacionó correctamente con los puntos de la recta correcta. Post-test: Todos los trazos se encuentran relacionados correctamente con la línea recta correspondiente.

			Se percibe avance del estudiante
9			Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: el alumno no respondió este ítem
10	$y=1,111x$ $y=2,5x$ $y=0,8333x$ $y=0,31821x$ entre más alta la recta mas inclinación va a tener		Diagnóstico: Este alumno no logró relacionar con los trazos del ítem anterior, sin embargo logró observar que “entre más alta la recta mas inclinación va a tener”, es decir observando las rectas en el cuadrante I, mientras más cerca se encuentre la recta al eje Y, mayor será su inclinación (Buena observación) Post-test: el alumno no respondió este ítem
11			Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: el alumno no respondió este ítem
13	$A=y=2,5x$ $B=y=1,111x$ línea recta $C=0,8333x$ $D=y=0,3182x$		Diagnóstico: Este alumno no relacionó de manera correcta ninguna de las rectas con los trazos del ítem anterior. Post-test: el alumno no respondió este ítem
14	$y=2,5x$ mientras más alta sea más inclinada tal como lo es $y=1,111x$. De lo contrario la $y=0,3182x$ está menos inclinada porque no tiene tanto peso	Mientras más alta era más aumenta la diagonal y más se inclina	Diagnóstico: El alumno no relacionó ninguna recta con los trazos del ítem anterior, sin embargo observó que “mientras más alta sea más inclinada”, es decir observando las rectas en el cuadrante I, mientras más cerca se encuentre la recta al eje Y, mayor será su inclinación (Buena Observación) Post-test: No logró

			relacionar ninguna recta con los trazos indicados, sin embargo se interpreta que su idea se centra en hacer variar la altura del rectángulo que contiene cada trazo “Mientras más alta era más aumenta la diagonal y más se inclina” (Buena Observación)
15			Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: el alumno no respondió este ítem
16			Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: el alumno no respondió este ítem
17	1) $y=2,5x$ (8,20)(-8,-20) 2) $y=1,111$ (18,20)(-18,-20) 3) $y=0,8333x$ (16,20)(-16,-20) 4) $y=0,3182x$ (6,20)(-6,-20)		Diagnóstico: No logró relacionar ninguna línea recta con los trazos indicados, solo intentó describir por cuál par de puntos pasa cada recta. Post-test: el alumno no respondió este ítem
18	no se =P		Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem, pero al menos expresó que no sabía Post-test: el alumno no respondió este ítem
19	1= $y=2,5x$ 2= $y=1,111x$ 3= $y=0,8333x$ 4= $y=0,3182x$		Diagnóstico: No logró relacionar ninguna línea recta con los trazos indicados Post-test: el alumno no respondió este ítem
20	A=20,6*19,17*16,19*20,0 B=-20,-6*-19,-16*-17,-20*-7,-20	A: 0,833 B:2,5 C:0,3182 D: 1,1111	Diagnóstico: la respuesta entregada por este alumno es confusa. Post-test: El alumno relacionó todas las líneas

			rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior Se percibe avance del estudiante
21	A-->y=0,3182x B-->y=8,833x C-->y=1,1111x D-->y=2,5x A=0,3182x -6,-20 B=8,833x -17,-19 C=1,1111x -19, -18 D=2,5x -20,-8	Malo	Diagnóstico: No logró relacionar de manera correcta ninguna línea recta con los trazos indicados, solo intentó describir por cuál punto pasa cada recta. Post-test: La respuesta del alumno se considera mala
22	A=>1,1111=y B=>y=2,5 C=>y=0,3182 D=>y=0,8333	A= y=0,8333x B= y=2,5x C=y=0,3182x D=y=1,1111x	Diagnóstico: El alumno relacionó correctamente solo dos de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior (trazos B y C) Post-test: El alumno relacionó correctamente todas de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior Se percibe avance del estudiante
23	A=y=0,3182x b=y=0,8333x c=y=1,1111x d=y=2,5x	A=y=0,3182x B=y=0,8333x C=y=1,1111x D=y=2,5x yo creo que es así por el grado de inclinación de cada uno, porque es igual al de los carritos	Diagnóstico: El alumno relacionó incorrectamente todas de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior Post-test: El alumno relacionó incorrectamente todas de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior, sin embargo expresó que creía que era así “el grado de inclinación de cada uno”
24	A=y=0,3182x	A: y=2,5x	Diagnóstico: El alumno

	$b=y=1,1111x$ $c=y=2,5x$ $d=y=0,8333x$	B: $y=1,1111x$ C: $y=0,8333x$ D: $y=0,3182x$	relacionó incorrectamente todas de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior Post-test: El alumno relacionó incorrectamente todas de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior
25	$A=y=0,8333x$ $b=y=2,5x$ $c=y=0,3182x$ $d=y=1,1111x$	$A=(y=0,8333x)$ $B=(y=2,5x)$ $C=(y=0,3182x)$ $D=(y=1,1111x)$	Diagnóstico: El alumno relacionó correctamente todas de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior Post-test: El alumno relacionó incorrectamente todas de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior
26		A: $0,8333x$ B: $1,1111x$ C: $2,5x$ D: $0,3182x$	Diagnóstico: el alumno no respondió este ítem Post-test: El alumno relacionó correctamente solo una de las líneas rectas que tienen la misma pendiente que los trazos del ítem anterior (trazo A) Se percibe un leve avance del estudiante

b) SECUENCIA:

PRIMERA PARTE: CONSTRUYENDO PATRONES DE MEDIDA

FASE 1: *Encontrando la magnitud en la vida cotidiana*

1. Escribe al menos tres frases en que uses la palabra **magnitud**

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	Mi magnitud es de 2 m. Yo tengo una	El concepto de magnitud que tiene este alumno está ligado a

	leve magnitud. Ese mueble tiene una alta magnitud	magnitud como longitud.
3	La magnitud de la reunión fue inmensa. La magnitud del terremoto fue de 5,3 de la escala de Rigter. La magnitud de la Tierra es inferior a la del Sol	En este caso el estudiante logra captar significados del concepto magnitud en más de una acepción. En la primera y tercera frase el estudiante logró captar la acepción respecto a la importancia o grandeza de algo (de la RAE es la segunda acepción). La segunda frase está considerada dentro de la acepción de propiedad física (de la RAE es la cuarta acepción).
4	1.Cuales son las magnitudes que más usas en tu día normal 2.La magnitud que hay en el estadio 3.La magnitud de hombre que se encuentra aquí	Para la primera frase este estudiante observó y utilizó lo que tenía a la vista, es decir, transformó la frase de la indicación siguiente dentro de la secuencia, de tal manera de no utilizar las mismas palabras. En la segunda frase el estudiante utilizó la palabra magnitud en su acepción de grandeza, probablemente en relación a las últimas noticias de construcción y reparación de estadios. Finalmente en la tercera frase intentó utilizar la acepción respecto al tamaño de un cuerpo, pero la redacción utilizada no es la más apropiada.
5	La magnitud del problema. La magnitud de la fuerza	Este alumno solo creo dos frases, entre las cuales utilizó la acepción de grandeza o importancia de algo.
6	Las magnitudes de la fuerza. Magnitud del problema. Magnitud del cuerpo	Este alumno creo frases muy cortas y casi sin sentido, pero de todas maneras intentó explicarlas de manera similar al alumno 5, tal vez trabajaron en el mismo grupo, a pesar de ser una actividad personal. En las tres frases utilizó la acepción de grandeza o importancia de algo.
8	La magnitud del terremoto fue grado 8. La magnitud del objeto cortante. La magnitud del avión al estrellarse	Este alumno escribió tres frases que al parecer tienen mucho de la vida cotidiana, utilizadas probablemente en noticias en la televisión o en el periódico. En la primera de ellas utilizó la acepción de grandeza. En la segunda frase puede interpretarse desde dos acepciones, tomando en cuenta la importancia del “objeto cortante” o la longitud del “objeto cortante” (es decir, como propiedad física que pueden ser medida). Finalmente, en la tercera frase se puede interpretar que a lo que se quiso referir es a la magnitud de la explosión de avión al estrellarse, con lo cual la acepción de la palabra magnitud que se utiliza es respecto a la grandeza o importancia de algo.

9	Hay una gran magnitud de cariño. Yo tengo una gran magnitud de enseñanza. Hay tanta magnitud de células en el cuerpo	En las tres frases no utilizó de forma correcta la palabra magnitud, pero hizo el intento. La concepción que tiene de la palabra magnitud es respecto a gran cantidad de algo, como el cariño, enseñanza o células del cuerpo. Tomadas desde ese punto de vista, a la acepción que más se acerca es “grandeza, excelencia o importancia de algo”
10	1.En física nos enseñan la magnitud. 2.Cuando la gente dice la magnitud de las cosas. 3.En América nos enseña de las casas (cosas) con magnitud	Este alumno trató de recordar en que instancias había escuchado la palabra magnitud, en la primera frase solo hizo referencia a la magnitud como tema dentro de la asignatura de física. La segunda hizo referencia a la palabra magnitud en cualquiera de tres de las acepciones (tamaño de un cuerpo; grandeza, excelencia o importancia de algo; propiedad física que puede ser medida). En la tercera no logro interpretar a que es lo que se refería
11	Ella tiene una gran magnitud. Esa niña tiene una gran magnitud física. Ese camión tiene una super magnitud	Este alumno intentó incorporar en las tres oraciones la palabra magnitud como tamaño de un cuerpo.
13	1.Cuando dicen la magnitud de los hechos. 2.En física cuando dicen tracen las magnitudes. 3.Cuando dicen las dimensiones y magnitudes de los edificios	En la primera oración el estudiante logró relacionarlo en frases que habría escuchado, se relaciona con la acepción de “grandeza, excelencia o importancia de algo”. En la segunda frase solo hizo referencia a la magnitud como tema dentro de la asignatura de física. En la tercera la consideró dentro de la acepción “propiedad física que puede ser medida”
14	1.La profesora de matemática nos enseñó cómo desarrollar la magnitud. 2.En física nos enseñaron qué era magnitud. 3.Ayer midieron el colegio para saber su magnitud	En las dos primeras frases este alumno desarrolló frases en donde hizo referencia a la magnitud como tema dentro de una asignatura. La tercera frase tiene la acepción de “propiedad física que se puede medir” o la de “tamaño de un cuerpo”
15	La magnitud del	Este alumno escribió tres frases que al parecer tienen mucho

	terremoto fue de grado 7,5. La magnitud de un objeto contundente. La magnitud del impacto del avión	de la vida cotidiana, utilizadas probablemente en noticias en la televisión o en el periódico. En la primera de ellas utilizó la acepción de “grandeza, excelencia o importancia de algo” o “propiedad física que puede ser medida”. En la segunda frase puede interpretarse desde dos acepciones, tomando en cuenta la importancia del “objeto contundente” o la longitud del “objeto contundente” (es decir, como propiedad física que pueden ser medida). Finalmente, en la tercera frase se puede interpretar que a lo que se quiso referir es a la magnitud de la explosión de avión al estrellarse, con lo cual la acepción de la palabra magnitud que se utiliza es respecto a la grandeza o importancia de algo.
16	1.la magnitud del terremoto de ayer 2.la gran magnitud que provocó el concierto del lunes 3.había una gran magnitud de alumnos en el congreso	Estas oraciones están muy relacionadas con la vida cotidiana, de tal manera que este estudiante intentó reordenar sus ideas y buscar frases en las que calzara la palabra magnitud. En la primera la relacionó con la acepción de “grandeza, excelencia o importancia de algo”, que en este caso es referido a un terremoto. En la segunda se entiende que quiso ocuparla como “cantidad” en este caso debería ser de gente, ya que mencionó “el concierto del lunes”. Finalmente en la tercera acepción la oración toma sentido si se considera “magnitud” como “cantidad”
17	se empleó en un ejercicios. Ella tiene una gran magnitud. Esa niña tiene una leve magnitud	Este alumno intentó incorporar en las tres oraciones la palabra magnitud como tamaño de un cuerpo.
18	La magnitud de un ángulo es. Busca la magnitud del cuerpo	Este alumno lo intentó incorporar en las frases utilizadas principalmente en el mismo colegio, debido a que mencionó un ángulo, la acepción en esta frase está relacionada con “propiedad física que puede ser medida”. En la siguiente frase también tiene relación con la misma acepción y creo tiene más relación con asignaturas científicas.
19	Esta cosa es de gran magnitud. Necesité una gran magnitud de harina. Doy unos pasos de gran magnitud	Este alumno creó tres oraciones, intentando dar sentido respecto al significado que tiene de aquella palabra. En la primera frase, lo interpretó como tamaño de un cuerpo. Para la segunda frase consideró la palabra magnitud como cantidad, en este caso de “harina”. Finalmente para la última oración la considera como la segunda acepción según la RAE “grandeza, excelencia o importancia de algo”
20	Esa cosa tiene una gran magnitud. El huracan tuvo una magnitud de 150	En la primera oración que escribió este alumno tiene relación con la acepción “tamaño de un cuerpo”. En las otras dos oraciones la acepción que utilizó es “propiedad física que puede ser medida”, en la primera es la velocidad y en la

	km/hr. Mi magnitud es de 52 kg	segunda es la masa.
21	La magnitud en la vida cotidiana. La magnitud de personas celebrando el triunfo. La magnitud de un planeta con otro	Para la primera frase este estudiante observó y utilizó lo que tenía a la vista, es decir, transformó la frase de la indicación siguiente dentro de la secuencia, de tal manera de no utilizar las mismas palabras. En la segunda oración la acepción que este alumno tiene de magnitud es de gran cantidad, que al tratar de interpretarlo y llevarlo a alguna de las acepciones de la RAE coincide con “grandeza, excelencia o importancia de algo”. En la última la tomó como “tamaño de un cuerpo”, que en este caso es un planeta respecto a otro.
22	La magnitud del temblor fue 8,5°. El golpe con el brazo izquierdo fue con una patente magnitud. La magnitud se calcula con una fórmula	En la primera de ellas utilizó la acepción de “grandeza, excelencia o importancia de algo” o “propiedad física que puede ser medida”. Para la segunda oración el alumno utilizó la acepción de “grandeza, excelencia o importancia de algo”. Finalmente en la tercera frase este alumno la desarrolló haciendo referencia a la magnitud dentro de un tema en alguna asignatura de carácter científico.
23	La magnitud de la explosión fue enorme. En el estadio hay una magnitud de gente. En la calle hay una magnitud de perros	Este alumno creó tres oraciones, intentando dar sentido respecto al significado que tiene de aquella palabra. En la primera frase, lo interpretó como “grandeza, importancia o excelencia de algo”. Para la segunda y la tercera frase consideró la palabra magnitud como gran cantidad.
24	Esa piscina tiene una gran magnitud. Esta casa tuvo pequeña magnitud. La magnitud tuvo un gran tamaño	En la primera y en la segunda frase, este alumno tomó la palabra magnitud en la acepción “tamaño de un cuerpo”. En la tercera frase el estudiante sabe que la palabra magnitud tiene relación con medir, y por ende, con tamaño, por eso intentó hacer una frase en relación a eso.
25	1. Tu casa es de gran magnitud. 2. Hay cuerpos de diferentes magnitudes. 3. Para medir magnitudes	Este alumno relacionó, en las dos primeras frases, la palabra magnitud con la acepción “tamaño de un cuerpo”. En la tercera frase el estudiante sabe que la palabra magnitud tiene relación con medir, y por ende, con tamaño, por eso intentó hacer una frase en relación a eso.
26	la magnitud en la vida cotidiana. Propiedades físicas posibles de medir	Este alumno, como no se le ocurrió ninguna frase en donde apareciera la palabra magnitud, revisó la secuencia unas hojas más adelante, escribiendo las definiciones según la RAE.

	magnitud	
--	----------	--

2. ¿Cuáles son esas magnitudes físicas, a tu juicio, más usadas en la vida cotidiana? Menciona al menos dos.

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	cuando camino, cuando corro	No ha mencionado ninguna magnitud, pero entiende que tiene relación con la medida, que para su percepción, es cuando se mide tiempo o longitud
3	La magnitud de los terremotos se usa cuando ahí. La magnitud de la Tierra es inferior a la del Sol o a la de otro planeta se ocupa habitualmente	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”
4	1. La magnitud que hay en el estadio 2. La magnitud que se encuentra aquí	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”
5	La magnitud de la fuerza	Este estudiante sabe que la fuerza es una propiedad física, la cual puede ser medida.
6	Magnitud de la fuerza	Este estudiante sabe que la fuerza es una propiedad física, la cual puede ser medida.
8	La magnitud del objeto cortante. La magnitud del avión al estrellarse	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”
9	algo de grandeza	Este estudiante reconoce el sentido de la palabra magnitud en la acepción de “grandeza, excelencia o importancia de algo”, sin embargo, no entregó respuesta a la pregunta señalada
10	1.Cuando uno establece una conversación y habla de la magnitud de las cosas. 3.En física nos enseñan la	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”

	magnitud	
11	Cuando yo corro. Cuando nuevo los muebles	No ha mencionado ninguna magnitud, pero entiende que tiene relación con la medida, que para su percepción, es cuando se mide tiempo, longitud o fuerza
13	1.Cuando miden la temperatura de una persona. 2.El tamaño de una persona	Este alumno mencionó, dentro de una frase, la magnitud “temperatura” en referencia a la de una persona. En la segunda sólo mencionó “tamaño”, que se cree que tiene relación con longitud.
14	Cuando yo camino tengo magnitud, cuando yo salto tengo magnitud	No ha mencionado ninguna magnitud, pero entiende que tiene relación con la medida, que para su percepción, es cuando se mide tiempo, longitud o fuerza
15	La magnitud de un objeto contundente. La magnitud del impacto de un avión	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”. En la última frase expuesta, el alumno reconoce el sentido de la palabra magnitud en la acepción de “grandeza, excelencia o importancia de algo”, sin embargo, no entregó respuesta a la pregunta señalada
16	1.mi amiga tiene una gran magnitud de cabello 2.aquella persona tiene una gran magnitud de dolores en su cuerpo 3.tiene un cuerpo de gran magnitud	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud” (tiene un significado propio de la palabra magnitud como de cantidad)
17	cuando yo corro. Cuando nuevo un mueble	No ha mencionado ninguna magnitud, pero entiende que tiene relación con la medida, que para su percepción, es cuando se mide tiempo, longitud o fuerza
18	La magnitud de un ángulo es. Busca la magnitud del cuerpo	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”.
19	Ella tiene gran magnitud de maquillaje en su cara. Esa niña tiene una gran	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud” (tiene un significado propio de la palabra magnitud como de cantidad)

	magnitud de grasa	
20	Cuando quiero medir una mesa en mi casa y uso una huincha para saber cuánto mide y es de 1 mt por 1 mt 30 cm. Cuando quiero saber cuántos vasos caben en una caja mido la caja y tamaño de los vasos	No ha mencionado ninguna magnitud, pero entiende que tiene relación con la medida, que para su percepción, es cuando se mide longitud o volumen
21	Tamaño del cuerpo, el peso	Bien, este estudiante mencionó al menos una magnitud, el peso. En el “tamaño del cuerpo” se interpreta que quiso decir volumen, longitudes o peso de un cuerpo.
22	Talla, La temperatura (grados)	Bien, este estudiante mencionó al menos una magnitud, la temperatura. En la “talla” se interpreta que quiso decir volumen, longitudes o peso de un cuerpo.
23	Magnitud de cabello. Magnitud de talla	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”
24	Las medidas de la mesa tiene una gran magnitud. Magnitud de talla	No ha mencionado ninguna magnitud e intentó formar frases como en la pregunta anterior, en relación a “magnitud”
25	Un lápiz, la cama	Este alumno buscó objetos que pueden ser medidos con más de una magnitud, como peso, masa, volumen, longitudes, temperatura, etc.
26	Tamaño del cuerpo, el peso	Bien, este estudiante mencionó al menos una magnitud, el peso. En el “tamaño del cuerpo” se interpreta que quiso decir volumen, longitudes o peso de un cuerpo.

FASE 2: **Magnitud y sus significados**

A continuación, lean las oraciones creadas por cada uno de ustedes en la fase anterior, y luego clasifíquenla en uno de los significados

- Oraciones que correspondan a la primera acepción de RAE, “**Tamaño de un cuerpo**” (si no se anotó ninguna antes, elaboren tres ahora)
- Oraciones que correspondan a la segunda de las acepciones de RAE, “**Grandeza, excelencia o importancia de algo**” (si no se anotó ninguna antes, elaboren tres ahora)

- c) Oraciones que correspondan a la cuarta de las acepciones de RAE, ***“Propiedad física que puede ser medida”*** (si no se anotó ninguna antes, elaboren tres ahora)

Estudiante	Respuesta			Análisis
	A: Tamaño de un cuerpo	B: Grandeza, excelencia o importancia de algo	C: Propiedad física que puede ser medida	
2	yo tengo una leve magnitud	ese mueble tiene una alta magnitud	ella tiene 2 m de magnitud	Este alumno logró relacionar de manera correcta dos de las frases, la referida a “tamaño de un cuerpo” y a la de “propiedad física que puede ser medida”. En la oración que el alumno posicionó en la segunda acepción, puede interpretarse desde dos puntos de vista. Si el estudiante quiso decir que el mueble era antiguo y es de gran importancia y excelencia. Si el estudiante quiso hablar de las dimensiones del mueble y en ese caso, no se encuentra en la acepción correcta
3	La magnitud de la Tierra es inferior a la del Sol. La magnitud de un avión.	La magnitud de la reunión fue inmensa. La magnitud de la gente que se junta en plaza Italia fue mucha después del triunfo a Colombia	La magnitud de los terremotos	Bien, las oraciones están bien agrupadas, sin embargo en las oraciones de la segunda acepción, se encuentran algo forzadas en esa categoría, pero si ésta se lee sabiendo la categoría en la que se encuentra, se logra entender
4	La magnitud de hombre que se encuentra aquí	la magnitud que hay en el estadio	La magnitud de hombre que se encuentra aquí	Aunque este alumno intentó clasificar las oraciones, no se logró totalmente el entendimiento de cada acepción, porque incluso clasificó una misma oración en dos categorías. Esta situación puede darse debido a la falta o baja comprensión lectora
5	La magnitud	La magnitud del	la magnitud de la fuerza	Aunque este alumno intentó clasificar las oraciones, no se logró totalmente el

	del problema	problema		entendimiento de cada acepción, porque incluso clasificó una misma oración en dos categorías. Esta situación puede darse debido a la falta o baja comprensión lectora
6	magnitudes de un cuerpo	magnitud del problema	magnitud de la fuerza	Aunque este alumno intentó clasificar las oraciones, no se logró totalmente el entendimiento de cada acepción, porque incluso clasificó una misma oración en dos categorías. Esta situación puede darse debido a la falta o baja comprensión lectora
8	La magnitud de un objeto cortante	La magnitud de Dios	La magnitud de hielo	Este alumno (tal vez junto a su grupo) clasificaron las tres oraciones muy bien, aunque no le dio sentido dentro de un contexto.
9	hay una gran magnitud entre un cuerpo y otro	yo tengo una gran magnitud de enseñanza	la magnitud de luz entre una ampolleta y otra	Este alumno (tal vez junto a su grupo) clasificaron las tres oraciones muy bien.
10	yo camino	cuando la gente dice la magnitud de las cosas	para medir los edificios y las casas	Este alumno intentó clasificar las tres oraciones, sin embargo en la primera no hay sentido respecto a la acepción (buscándole significado, logro interpretar que lo que realmente quiso decir el alumno es el camino que recorre cuando va creciendo); la segunda no tiene sentido, solo intentó incorporar la palabra magnitud en una oración; y la última relacionó la magnitud con longitudes
11	ella tiene una gran magnitud	ese camión tiene una gran magnitud	el niño llega a medir 1,70 metros	En la primera de las frases, lo que este estudiante quiso apuntar era sobre el cuerpo de ella, el cual es muy grande. En la segunda oración, al leer “grandeza” en la acepción, relacionó al camión con gran tamaño, alejándose del sentido de la acepción. La última tiene sentido y hace referencia a longitud.
13	Cuando toman la	Cuando dicen la	Cuando toman las	Dos de las tres oraciones se encuentran bien clasificadas. La

	temperatura de una persona	magnitud de los hechos	dimensiones y magnitudes de un cuerpo	primera se alejó de la acepción (se debería encontrar en la tercera categoría). A pesar de que no formó una oración que se encuentren dentro de un contexto, se considera correcto
14	Cuando yo camino tengo magnitud	en física nos enseñaron qué era magnitud	ayer midieron el colegio para saber su magnitud	Este alumno utilizó oraciones ya creadas en las preguntas anteriores, pero la clasificación utilizada no es del todo correcta, solo la tercera clasificación se encuentra buena.
15	La magnitud de un objeto cortante	La magnitud de Dios	la magnitud del hielo	Muy buena clasificación, a pesar que solo integró una oración por categoría.
16	mi amiga tiene una gran magnitud de cabello	había una gran magnitud de alumnos en el congreso	tiene un cuerpo de gran magnitud	Este alumno intentó forzar la clasificación de cada oración. En la primera se interpreta que entendió que esta acepción indicaba “gran cantidad” además de “tamaño de un cuerpo”. En la segunda categoría nuevamente retomó la acepción de la palabra magnitud como “cantidad” más que como “grandeza, excelencia o importancia de algo”. En la tercera la frase tiene sentido para la categoría en la que se clasificó.
17	ella tiene una gran magnitud	ese plasma de 52" pulgadas tiene una gran magnitud	el niño llega a medir 1,70 metros	En la primera de las frases, lo que este estudiante quiso apuntar era sobre el cuerpo de ella, el cual es muy grande, confundiendo. En la segunda oración, al leer “grandeza” en la acepción, relacionó al plasma con gran tamaño, alejándose del sentido de la acepción. La última tiene sentido y hace referencia a longitud.
18	busca la magnitud de un cuerpo			Este alumno hizo el intento de plantear las oraciones, pero no lo logró. En la única categoría que escribió, trató de armar una frase utilizando de forma coherente las palabras de la misma acepción.
19	Ella tiene una gran magnitud	Tengo uno	Necesito una gran magnitud de	Este alumno, en la primera acepción, incluyó dos oraciones que tendrían mayor sentido si se ubicaran en la

	de grasa. Tiene una gran magnitud de altura. Carolina tiene magnitud de peso		harina. Doy unos pasos de gran magnitud. Esta casa es de gran magnitud.	tercera acepción, además en la primera frase no se logra observar mucho sentido ya que se interpreta que a lo que este alumno hace referencia es al gran tamaño del cuerpo de “ella”. En la segunda categoría intentó armar alguna frase, pero no lo logró. Para la tercera acepción escribió dos frases que se ajustan más a la acepción, siendo la primera de ellas muy forzada para clasificarla en este sitio, ya que confunde los términos “cantidad” con “magnitud”
20	La magnitud de la explosión fue enorme. Esa casa tiene una gran magnitud. Esta piscina tiene gran magnitud		Mi magnitud es de 52 Kg. El huracán tuvo magnitud de 150 km/hr	En la primera categoría, el alumno incorporó dos oraciones que se encuentran muy bien clasificadas, sin embargo la primera de ellas corresponde a la segunda acepción: Esto puede deberse a una pequeña confusión, ya que en la segunda categoría no incluyó ninguna oración. En la tercera acepción, las dos oraciones se encuentran muy bien clasificadas (la primera suena algo raro, debido a que existe más de un aspecto medible con distintas magnitudes en el cuerpo humano)
21		la magnitud de personas celebrando el triunfo	Midiendo la magnitud de un planeta con otro	Este alumno no incorporó ninguna oración en la primera categoría, se cree que por la no ocurrencia en ese momento. En la segunda categoría el estudiante la acepción de la palabra magnitud como “cantidad” más que como “grandeza, excelencia o importancia de algo”. En la tercera categoría la oración quedó bien posicionada, ya que lo más probable es que considerara magnitud como volumen, peso, etc.
22	La magnitud del edificio era increíble. La explosión	Tuvo un desempeño de gran magnitud. Tiene poca magnitud como	La magnitud del temblor fue de 8,5°. La magnitud se calcula con una fórmula. El	En la primera acepción este alumno clasificó tres frases, la primera de ellas se encuentra en el contexto pedido, tomando en cuenta que la magnitud a la que hace mención es del tamaño del edificio; la segunda de ellas se encuentra mal clasificada, ya que una

	fue de gran magnitud. Era un calibre de gran magnitud	jugador. La magnitud del hombre es inimaginable	golpe de mi brazo izquierdo fue con una potente magnitud	explosión no es un cuerpo, considerando la palabra magnitud en este caso en la segunda acepción (grandeza, excelencia o importancia de algo); y en la tercera, si consideramos calibre como “Instrumento provisto de un nonius que mide calibres , diámetros y espesores” (rae, 17022010), se encuentra bien clasificada. En la segunda clasificación, las oraciones tienen sentido al conocer este significado, es decir que lo más probable es que después de leer la definición, creo las oraciones. Finalmente, en la tercera clasificación la primera y tercera oración se consideran correctas, ya que en ambas se habla de “algo” medible, pero la segunda lo que intentó este alumno es interconectar la palabra magnitud con lo que ha escuchado en alguna asignatura científica.
23	La magnitud de una explosión fue enorme. Esa casa tiene una gran magnitud. Esta piscina tiene una gran magnitud		Mi magnitud es de 52 Kg. El huracán tuvo magnitud de 150 km/hr	En la primera categoría, el alumno incorporó dos oraciones que se encuentran muy bien clasificadas, sin embargo la primera de ellas corresponde a la segunda acepción. Esto puede deberse a una pequeña confusión, ya que en la segunda categoría no incluyó ninguna oración. En la tercera acepción, las dos oraciones se encuentran muy bien clasificadas (la primera suena algo raro, debido a que existe más de un aspecto medible con distintas magnitudes en el cuerpo humano)
24	La magnitud de la explosión fue enorme. Esa casa tiene una gran magnitud. Esa piscina		Mi magnitud es de 52 Kg. El huracán tuvo magnitud de 150 km/hr	En la primera categoría, el alumno incorporó dos oraciones que se encuentran muy bien clasificadas, sin embargo la primera de ellas corresponde a la segunda acepción: Esto puede deberse a una pequeña confusión, ya que en la segunda categoría no incluyó ninguna oración. En la tercera acepción, las dos oraciones se encuentran muy bien

	tuvo una gran magnitud			clasificadas (la primera suena algo raro, debido a que existe más de un aspecto medible con distintas magnitudes en el cuerpo humano)
25	La magnitud de un elefante es muy grande. Tu eres una magnitud. Mi cuerpo es lindo y de pequeña magnitud	Él lo logró con mucha magnitud. Junto a ti nuestro amor es magnitud	Mis cuadras son de gran magnitud	Este alumno incorporó tres oraciones en la primera clasificación, de las cuales dos están bien, la referente a la magnitud del elefante y la de la magnitud del su cuerpo, sin embargo la segunda no se encuentra en coherencia, se cree que interpretó la palabra magnitud como un objeto. En la segunda clasificación, este alumno interpretó la palabra en uno de sus significados de la acepción, el de excelencia e importancia, sin embargo las oraciones se encuentran forzadas en el significado. En la tercera clasificación se encuentra correcta la oración.
26		la magnitud de personas celebrando el triunfo	Midiendo la magnitud de un planeta con otro	El alumno no escribió oraciones en la primera acepción, puede deberse a que no se le ocurrió ninguna. En la segunda clasificación la palabra magnitud para él tomó el significado de “gran cantidad” más que de “grandeza”, ya que menciona a personas. Finalmente para la tercera acepción el alumno logró reconocer que las magnitudes son propiedades medibles, y que para su ejemplo son propiedades de tamaño, masa, etc. de los planetas

FASE 3: Construyendo un patrón de medida de longitud.

- a) ¿En cuántas partes iguales quedo fraccionada la huincha?
- b) El patrón de medida PM “cabe” ____ veces en la huincha A

Estudiante	Respuesta		Análisis
	a	b	
2	quedó en 6 partes	6	Responde bien a la pregunta y toma bien la medida sobre la huincha A

3	La huincha quedó en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
4	en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
5	quedó en seis partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
6	en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
8	en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
9	6 partes	6	Responde bien a la pregunta y toma bien la medida sobre la huincha A
10	en 6 partes iguales		Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales). No tomó la medida de la huincha A, se cree que se debe a que al tratar de avanzar con más rapidez en la actividad, no vio que debía responder en ese sitio
11	6 partes		Responde bien a la pregunta. No tomó la medida de la huincha A, se cree que se debe a que al tratar de avanzar con más rapidez en la actividad, no vio que debía responder en ese sitio
13	quedaron 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
14	en 6 partes iguales		Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales). No tomó la medida de la huincha A, se cree que se debe a que al tratar de avanzar con más rapidez en la actividad, no vio que debía responder en ese sitio
15	en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
16	en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
17	6 partes		Responde bien a la pregunta No tomó la medida de la huincha A, se cree que se debe a que al tratar

			de avanzar con más rapidez en la actividad, no vio que debía responder en ese sitio
18	quedó en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
19	6 partes	6	Responde bien a la pregunta y toma bien la medida sobre la huincha A
20	Quedó fraccionada en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
21	6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
22	6	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que sólo respondió con un valor, no indicando nada más) y toma bien la medida sobre la huincha A
23	Quedó fraccionada en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
24	Quedó fraccionada en 6 partes iguales	6	Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales) y toma bien la medida sobre la huincha A
25	6 partes	6	Responde bien a la pregunta y toma bien la medida sobre la huincha A
26	6 partes iguales		Responde bien a la pregunta (a pesar de que no siempre queda en partes iguales). No tomó la medida de la huincha A, se cree que se debe a que al tratar de avanzar con más rapidez en la actividad, no vio que debía responder en ese sitio

Tabla n°1 6 8 3 5 1 7,5

Est	A	B	C	D	E	F	Análisis
2	6	$\frac{7}{1/2}$	3	5	1	7	Al realizar las medidas, falló en dos valores, puede deberse a la imprecisión de los dobles en el patrón de medida
3	6	$\frac{7}{1/2}$	3	5	1	7	Al realizar las medidas, falló en dos valores, puede deberse a la imprecisión de los dobles en el patrón de medida

4	6	8	3	5	1	$7\frac{1}{2}$	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
5	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
6	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
8	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
9	6	8	3	5	1	$7\frac{1}{2}$	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
10	6	8	3	5	3	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
11	$6\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$	3	4	1	$7\frac{1}{4}$	Al realizar las medidas, falló en cuatro valores, puede deberse a la imprecisión de los dobleces en el patrón de medida. Es posible que al intentar dar más precisión a los valores, este alumno intentó fraccionar más veces el patrón de medida.
13	6	8	3	5	1	7	Al realizar las medidas, falló en un valor, puede deberse a la imprecisión de los dobleces en el patrón de medida.
14	6	8	3	5	3	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
15	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
16	6	8	3	5	1	$7\frac{1}{2}$	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
17	$6\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$	3	4	1	$7\frac{1}{4}$	Al realizar las medidas, falló en cuatro valores, puede deberse a la imprecisión de los dobleces en el patrón de medida. Es posible que al intentar dar más precisión a los valores, este alumno intentó fraccionar más veces el patrón de medida.
18	6	8	3	4,5	1	7,25	Al realizar las medidas, falló en dos valores, puede deberse a la imprecisión de los dobleces en

							el patrón de medida. Es posible que al intentar dar más precisión a los valores, este alumno intentó fraccionar más veces el patrón de medida.
19	6	$\frac{7}{1/2}$	3	5	1	7	Al realizar las medidas, falló en dos valores, puede deberse a la imprecisión de los dobleces en el patrón de medida
20	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
21	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
22	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
23	6	8	3	5	1	7,5	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
24	6	8	3	5	1	7,2	Al realizar las medidas, falló en un valor, se deduce que se debe al trabajo en grupo (muchas veces los estudiantes no colaboran en el trabajo de equipo, y esperan que el resto realice las actividades, y al momento de copiar los valores, no logran entender qué dice y escriben lo que ello creen que dice)
25	6	8	3	5	1	$\frac{7}{1/2}$	Coincide con las medidas conjeturadas, con lo que se cree que realizó correctamente los dobleces indicados para el patrón de medida.
26	6	8	3	5	1	6,5	Al realizar las medidas, falló en un valor, puede deberse a la imprecisión de los dobleces en el patrón de medida

Expliquen con sus propias palabras lo que entendieron por medir y por patrón de medida:

Estudiante	Respuesta		Análisis
	Medir	Patrón de medida	
2	medir que distancia tiene algo	sirve para ver cuántas veces cabe algo	Este alumno extendió la acción de medir sólo a longitud, sin incluir el patrón de medida, probablemente se quedó con la propia definición de medir (solo extensible a longitud o distancia). Para

			el patrón de medida logró entender su utilidad, pero no mencionó que era una medida acordada.
3	Es para calcular el tamaño de algo que tengo superficie	Es una trazo de medida que nos sirve para calcular tamaños más grandes que este	Este alumno extendió la acción de medir sólo a áreas, sin incluir el patrón de medida, probablemente se quedó con la propia definición de medir (solo extensible a longitudes, distancia, perímetros, áreas y volúmenes). Para el patrón de medida el alumno comprendió la utilidad en cierto modo, sin mencionar que es un valor de previo acuerdo y lo tomó sólo para valores más grandes que éste, sin embargo es aceptable el comentario ya que en el transcurso de la secuencia no existió instancia para interiorizar estos conceptos.
4	es tomar con exactitud la medida de algo con la ayuda del patrón	es una ayuda para saber cuánto mide un objeto	Este alumno logró entender que para medir se necesita un patrón de medida, cuando el alumno escribe sobre la exactitud se cree que habla de ser “lo más preciso posible al medir”. Con respecto al patrón de medida este alumno lo define bien con sus propias palabras, tomando en cuenta que la experiencia previa era casi nula
5	Se usa para saber el tamaño, la distancia, el tiempo, etc., de las cosas	es el fragmento de la medida, se divide de igual tamaño	Muy buena definición, ya que reconoce algunas magnitudes posibles de medir, a pesar de que no menciona el patrón de medida. Sobre el patrón de medida, este alumno describió lo que entendió desde la actividad, pensando solo en medida de longitudes.
6	es para saber las magnitudes de las cosas	Es una parte de la medida y que se divide en partes iguales. Es saber cuántas veces cabe figura en otra	Este alumno relación el medir directamente con magnitud, sin mencionar el patrón de medida. Con respecto al patrón de medida, identificó su utilidad y la mencionó como “es parte de la medida”; debido a la experiencia de la secuencia, este alumno describió lo que se supone que es medir, describiendo también que el patrón de medida debe dividirse en partes iguales.
8	Es saber cuántas veces cabe un objeto para saber la medida de otro	Cantidad fija acordada para una medición particular	Este alumno describe la actividad realizada para medir, aunque el patrón de medida no está explícitamente, describe “medir” de esa forma. Respecto al patrón de medida, describió muy bien, a pesar que esta descripción es muy similar a la que se entregó en la misma fase de esta secuencia.
9	es usar algo para ver la	es una especie de	En la descripción de “medir” este alumno incluyó implícitamente el patrón de medida, sin embargo se

	longitud de una masa	regla que sirve para medir	cree que utilizó el término longitud debido a la actividad misma, aunque el término masa no sea el apropiado para la longitud. El patrón de medida se encuentra descrito de buena forma, la comparación que hizo con una regla es lo que se esperaba ya que es una referencia muy presente en su diario vivir.
10	sacar la medida de un objeto o de algo		Este alumno en la definición de medida intentó describir de acuerdo a la experiencia vivida, mencionando al patrón de medida de manera implícita. No logró describir el patrón de medida, sin embargo se cree que no intentó engañar y responder mirando la definición entregada en la misma fase de la secuencia
11	medir el espacio y medida del objeto	sirve para verificar cuanto puede caber en algo	Este alumno al intentar describir la palabra medir, utilizó la misma palabra para la descripción, cayendo en una redundancia. Para la definición de patrón de medida describe la utilidad de él, al menos lo realizado en la actividad.
13	medir una cosa y compararla con otra medida	es una cantidad con la que se mide una cosa en otra en partes iguales	Este alumno al intentar describir la palabra medir, utilizó la misma palabra para la descripción, cayendo en una redundancia, aunque de describió lo realizado para llevar a cabo la acción. Para el patrón de medida describió, en su forma de pensar, lo que hizo cuando midió con el patrón de medida, indicando que es una “cantidad” que se utiliza para medir.
14	es saber el tamaño de algo en lo ancho como en el alto	es lo que se conforma por cuadros para así formar algo para medir y son de tamaños iguales	Este alumno intentó describir lo realizado en la actividad para expresar el significado propio de la palabra medir, acotándolo a la longitud. Con el patrón de medida, el alumno nuevamente describe lo realizado en la actividad y lo define como “cuadritos” que son de “tamaños iguales”, lo relacionó de forma implícita con una regla para medir.
15	comparar una cantidad de magnitud con otra cantidad de la misma especie	Es una cantidad fija acordada para una medición particular	Este alumno, al parecer, no se le ocurrió definiciones con sus propias palabras, reproduciendo lo entregado en la misma fase de la secuencia, solo intentó cambiar algunas palabras
16	tomar con exactitud la medida de algo con la	es un ____ para saber cuánto mide	La redacción de la idea no es comprensible. Al intentar interpretar lo que de expresó, se entiende que no logró el objetivo de los ítems

	_____	un objeto	
18	yo entiendo de medir es para saber		Este alumno intentó describir lo que entendió, pero tal vez por falta de tiempo no terminó la frase, probablemente lo mismo sucedió con la descripción del patrón de medida.
19	medir que distancia tiene algo	sirve para ver cuántas veces cabe algo en algo	Este alumno, más que describir lo que era medir, describió lo realizado en la actividad, haciendo referencia con la misma palabra, sonando redundante, además solo lo acotó a longitud. Sin embargo, en el patrón de medida describió la utilidad del patrón de medida, tomando en cuenta lo realizado en la actividad.
20	Comparar una cantidad con otra de la misma especie	Cantidad fija acordada para una medición	Este alumno, al parecer, no se le ocurrió definiciones con sus propias palabras, reproduciendo lo entregado en la misma fase de la secuencia, solo intentó cambiar algunas palabras
21	Es saber la distancia de una cosa con otra, a la longitud de un objeto	Es un segmento para medir cosas fijas	Para la descripción de medir, este alumno hizo referencia a la longitud, es probable que sea debido a la influencia de la actividad. En la definición del patrón de medida fue en la misma línea que en la definición anterior, es decir, consideró lo realizado en la actividad
22	Cuántas veces cabe el PM	Medir unos puntos determinados	Para “medir” sólo describió lo realizado en la actividad, si bien es lo que hizo, no comentó con especificidad cómo. Para el patrón de medida el estudiante no comprendió en cabalidad o no supo expresar bien su idea, pero sabía que éste se utiliza para medir
23	comparar una cantidad con otra	es una cantidad que siempre es igual para medir	Al parecer, el estudiante logró captar la idea de medir y de patrón de medida, ya que utilizó términos correctos al describirlos, sin embargo existe la posibilidad que se haya ayudado con las definiciones entregado en la secuencia, cambiando los términos para simplificarla a sus propias palabras
24	Comparar una cantidad de magnitud con otra	Es una cantidad fija acordada para una medición particular	Este alumno, al parecer, no se le ocurrió definiciones con sus propias palabras, reproduciendo lo entregado en la misma fase de la secuencia, solo intentó cambiar algunas palabras
25	sacar la	es cada	Este alumno logró identificar de manera muy

	cuenta de cuantos patrones caben en un objeto	cuadro que tiene un PM (patrón de medida)	correcta, y de acuerdo a la experiencia vivida. Mencionó en su definición de medir a los patrones de medida y se presupone que logró entender la idea central. Sin embargo, al tratar de definir el patrón de medida, confundió la regla patrón creada por ellos mismo con el patrón de medida.
26	Es saber la distancia de una cosa con otra, a la longitud de un objeto	Es un segmento para medir cosas fijas	Para la descripción de medir, este alumno hizo referencia a la longitud, es probable que sea debido a la influencia de la actividad. En la definición del patrón de medida fue en la misma línea que en la definición anterior, es decir, consideró lo realizado en la actividad

Segunda parte: variaciones proporcionales en contextos concreto y discreto.

FASE: *Manipulando rectángulos*

¿Existe alguna relación entre los distintos valores?

Est.	respuesta	Análisis
2		No respondió, sin embargo completó gran parte de la tabla, es posible que no haya seguido con la actividad debido a la dedicación que hay que entregarle (posiblemente es un alumno con déficit atencional)
3	cuando el ancho aumenta en 1 su largo es el doble	El alumno logró observar que la razón entre los lados es 1:2, logrando el objetivo de completar la tabla. Se percibe levemente que el estudiante logró activar su pensamiento variacional. No hizo comentarios extra.
4	que al multiplicar el ancho 2 veces resulta el largo	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación realizada. No hizo comentarios extra.
5	que el ancho es la mitad del largo	El alumno logró observar que la razón entre los lados es 1:2, logrando el objetivo de completar la tabla. El comentario que realiza es tomando los valores como números solamente, ya que indica que uno es la mitad del otro. No hizo comentarios extra
6	que el ancho es la mitad del largo	El alumno logró observar que la razón entre los lados es 1:2, logrando el objetivo de completar la tabla. El comentario que realiza es tomando los valores como números solamente, ya que indica que uno es la mitad del otro. No hizo comentarios extra
8	el ancho multiplicado por 2 da el largo	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación realizada. No hizo comentarios extra.
9	que en el largo son todos los mismos pares. Que al multiplicar el ancho 2 veces sale el largo	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación realizada. Además observó que en los valores asignados al largo de cada rectángulo son números pares
10	que por cada cuadro de ancho se multiplica por dos	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación realizada. No hizo comentarios extra.
11	que cada valor sube de 2 en 2 en el largo y en el ancho de uno en uno	Este alumno logró captar la razón 1:2. Además observó que en los valores asignados al largo de cada rectángulo varía de dos en dos y en valor asignado al ancho de cada rectángulo la variación es de uno en uno. Se percibe levemente que el estudiante logró activar su pensamiento variacional

13	que por cada cuadro del ancho se multiplica el largo en 2	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación realizada. No hizo comentarios extra.
14	que por cada cuadro del ancho da multiplicado por 2	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación realizada. No hizo comentarios extra.
15	el ancho multiplicado por 2 da el largo	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación realizada. No hizo comentarios extra.
16	además de que en la tabla del largo se cuenta de 2 en 2, y que al multiplicar el ancho 2 veces resulta el largo	Este alumno logró captar la razón 1:2. Además observó que en los valores asignados al largo de cada rectángulo varía de dos en dos, además logró asociar el cambio con la multiplicación (“ancho 2 veces resulta el largo”)
17	si que van subiendo 2 en 2 el largo	Este alumno logró observar que en los valores asignados al largo de cada rectángulo varía de dos en dos. Se percibe levemente que el estudiante logró activar su pensamiento variacional
18	El ancho es la mitad del largo	El alumno logró observar que la razón entre los lados es 1:2, logrando el objetivo de completar la tabla. El comentario que realiza es tomando los valores como números solamente, ya que indica que uno es la mitad del otro. No hizo comentarios extra
19		No respondió, sin embargo completó gran parte de la tabla, es posible que no haya seguido con la actividad debido a la dedicación que hay que entregarle (posiblemente es un alumno con déficit atencional)
20		No respondió, sin embargo completó gran parte de la tabla, es posible que no haya seguido con la actividad debido a la dedicación que hay que entregarle (posiblemente es un alumno con déficit atencional)
21	si sumamos 2 veces el ancho o lo multiplicamos por 2 el n° da el resultado del largo	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la multiplicación o adición realizada. No hizo comentarios extra.
22	si, su diagonal y medida	Este alumno logró observar que la inclinación o pendiente de la diagonal es la misma para los rectángulos de esa misma familia. Con respecto a la medida se cree que el alumno quiso decir que las medidas de las diagonales, a pesar de que comparten la misma inclinación, la medida es diferente. Otra interpretación que observó los rectángulo y que éstos mantienen la misma proporción pero no las medidas (son semejantes)

23	sí, que en el ancho avanza de a 1 y en el largo avanza de 2, el ancho es la mitad del largo	Este alumno logró captar la razón 1:2. Además observó que en los valores asignados al largo de cada rectángulo varía de dos en dos y en valor asignado al ancho de cada rectángulo la variación es de uno en uno. Se percibe levemente que el estudiante logró activar su pensamiento variacional
24	si, que en el ancho avanza de a 1 y en el largo avanza de 2, el ancho es la mitad del largo	Este alumno logró captar la razón 1:2. Además observó que en los valores asignados al largo de cada rectángulo varía de dos en dos y en valor asignado al ancho de cada rectángulo la variación es de uno en uno. Se percibe levemente que el estudiante logró activar su pensamiento variacional
25		No respondió, sin embargo completó gran parte de la tabla, es posible que no haya seguido con la actividad debido a la dedicación que hay que entregarle (posiblemente es un alumno con déficit atencional)
26	si sumamos dos veces el ancho nos da el largo	Este alumno logró captar la razón 1:2, pero lo asoció directamente con la adición realizada. No hizo comentarios extra.

FASE 3: Identificando regularidades

Expliquen qué observan en la Tabla anterior ¿Qué sucede en cada una de las columnas?

est	respuesta	análisis
2	las divisiones son las mismas e: $L:A=2$ como $A:L=0,5$	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
3	que el largo dividido por el ancho siempre me salió 2 y el ancho por el largo siempre me salió 0,5	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
4	que en el largo dividido por el ancho siempre salió 2 y el ancho por el largo siempre me salió 0,5	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
5	hay algunos números que se repiten y la mayoría son	Este alumno realizó de manera casi correcta las operaciones pedidas, sin embargo al observar la tabla no logró percatarse de la presencia de un patrón en los valores que resultan al realizar la

	múltiplos de dos	razón entre largo- ancho y viceversa. La observación que hizo es en relación a la gran presencia de números pares, y cómo estos valores se van repitiendo. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
6	que hay números que se repiten y que la mayoría es múltiplo de dos	Este alumno realizó de manera correcta las operaciones pedidas, sin embargo al observar la tabla no logró percatarse de la presencia de un patrón en los valores que resultan al realizar la razón entre largo- ancho y viceversa. La observación que hizo es en relación a la gran presencia de números pares, y cómo estos valores se van repitiendo. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
8	que casi todas las columnas se presentan la tabla del 2 y son pares	Este alumno realizó de manera correcta las operaciones pedidas, sin embargo al observar la tabla no logró percatarse de la presencia de un patrón en los valores que resultan al realizar la razón entre largo- ancho y viceversa. La observación que hizo es en relación a la gran presencia de números pares, y cómo estos valores se van repitiendo. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
9	que en el largo dividido por el ancho siempre salió "2" y el ancho por el largo siempre salió 0,5	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
10	que se repite lo mismas posiciones	Este alumno ha logrado realizar las operaciones de la tabla con éxito, sin embargo no fue precisó con exactitud qué era lo que se repetía, tal vez no logró concluir la idea o no logró escribir lo que reflexionó después de la observación. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
11		Este alumno ha logrado realizar las operaciones de la tabla con éxito, sin embargo, al momento de contestar sobre las observaciones, no escribió nada. Este hecho puede darse debido a que no alcanzó a terminar la actividad (no completó más de ahí en adelante)
13	que al dividirlos dan el mismo resultado en todos los rectángulos	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, sin hacer la observación de cuáles eran los valores, es posible que no considerara importante esa acotación. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
14	se va repitiendo lo mismo pero en	Este alumno ha logrado realizar las operaciones de la tabla con éxito, sin embargo no fue precisó con exactitud qué era lo que se

	diferente posición	repetía, tal vez no logró concluir la idea o no logró escribir lo que reflexionó después de la observación. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
15	que casi todas las columnas se presentan la tabla del 2 y son pares	Este alumno realizó de manera correcta las operaciones pedidas, sin embargo al observar la tabla no logró percatarse de la presencia de un patrón en los valores que resultan al realizar la razón entre largo- ancho y viceversa. La observación que hizo es en relación a la gran presencia de números pares, y cómo estos valores se van repitiendo. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
16	que en el largo dividido por el ancho siempre salió 2 y el ancho por el largo siempre me salió 0,5	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
17	las divisiones dan lo mismo, ejemplo: $L:A=2$ como $A:L=0,5$	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
18	hay algunos números que se repiten	Este alumno ha logrado realizar las operaciones de la tabla con éxito, sin embargo no fue precisó con exactitud qué era lo que se repetía, tal vez no logró concluir la idea o no logró escribir lo que reflexionó después de la observación. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
19	Las divisiones dan los mismo, ej: $L:A=2$ como $A:L=2$	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que, en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.
20	En la columna del ancho sube 1 número y del largo de a 2 en todas el largo dividido por el ancho de 2, el ancho dividido por el largo 0,5. Y en el largo multiplicado por el ancho y el ancho	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer varios aspectos: la variación de las columnas correspondientes al ancho del rectángulo y a las correspondientes al largo de éste; en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5; finalmente hace una observación sobre los valores correspondientes a la multiplicación, estos se repiten debido a que el orden de los factores no altera el producto. Se logra observar que este alumno

	multiplicado por el largo es lo mismo, ya que el orden de los números no altera el producto	va obteniendo capacidades para reconocer variaciones.
21		Este alumno no completó la tabla. Este hecho puede darse debido a que no alcanzó a terminar la actividad (no completó más de ahí en adelante) o que se ausentó en esa clase.
22	que en el último lugar (ancho	Este alumno ha logrado realizar las operaciones de la tabla con éxito, sin embargo, al momento de contestar sobre las observaciones, no logró concretar la idea. Este hecho puede darse debido a que no alcanzó a terminar la actividad (no completó más de ahí en adelante)
23	En la columna del ancho sube 1 número y del largo de a 2 en todas el largo dividido por el ancho de 2, el ancho dividido por el largo 0,5. Y en el largo multiplicado por el ancho y el ancho multiplicado por el largo es lo mismo, ya que el orden de los números no altera el producto	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer varios aspectos: la variación de las columnas correspondientes al ancho del rectángulo y a las correspondientes al largo de éste; en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5; finalmente hace una observación sobre los valores correspondientes a la multiplicación, estos se repiten debido a que el orden de los factores no altera el producto. Se logra observar que este alumno va obteniendo capacidades para reconocer variaciones
24	en la columna del ancho sube y número y del largo de a 2 en todas el largo dividido por el ancho de 2, el ancho dividido por el largo 0,5. Y en el largo multiplicado por el ancho y el ancho multiplicado por el largo es lo mismo, ya que el orden de los números no altera el producto	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer varios aspectos: la variación de las columnas correspondientes al ancho del rectángulo y a las correspondientes al largo de éste; en las columnas de división de los valores correspondientes al largo y ancho de cada rectángulo, los valores se van repitiendo, ya sea 2 ó 0,5; finalmente hace una observación sobre los valores correspondientes a la multiplicación, estos se repiten debido a que el orden de los factores no altera el producto. Se logra observar que este alumno va obteniendo capacidades para reconocer variaciones
25	que en todos los cuadros que por el	Este alumno ha logrado realizar las operaciones relativamente con éxito (debido a que se ha equivocado en algunas), sin embargo al

	ancho es diferente pero da el mismo resultado en todo es lo mismo	redactar su observación, no quedó escrita de manera coherente.
26	largo x ancho y ancho x largo dan el mismo resultado	Este alumno ha logrado realizar las operaciones con éxito, y debido a ello pudo reconocer que los valores correspondientes a la multiplicación se repiten debido a que el orden de los factores no altera el producto. No realizó ningún comentario extra que muestre indicios de su propia concepción de variación.

¿Qué sucede en cada una de las columnas? Fundamenten la respuesta

Estudiante	respuesta	análisis
2		Este alumno, llenó los datos de la tabla, aunque en la gran mayoría de las razones, la consideró al revés, es decir tomando ancho con ancho anterior y la misma situación con los largos. Es posible que debido a este pequeño error, el estudiante no logró observar nada relevante. No escribió nada como respuesta.
3	que las divisiones me dieron los mismos resultados y que ancho por ancho su resultado lo multiplicamos por 4 da el mismo resultado que largo por largo	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Debido a ello es que logró hacer observar que los valores de las razones es constante (o división que es que se les planteó a los alumnos en la secuencia). Otra observación, y debido a la proporcionalidad entre los lados de cada rectángulo, observó que en los valores correspondiente a la multiplicación de los lados es el cuádruplo de la multiplicación de los anchos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
4	que las divisiones me dieron los mismos resultados y que ancho por ancho su resultado lo multiplicamos por 4 da el mismo resultado que largo por	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Debido a ello es que logró hacer observar que los valores de las razones es constante (o división que es que se les planteó a los alumnos en la secuencia). Otra observación, y debido a la proporcionalidad entre los lados de cada rectángulo, observó que en los valores correspondiente a la multiplicación de los lados es el cuádruplo de la multiplicación de los anchos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.

	largo	
5		Este alumno no llenó la tabla, puede que sea debido a que no alcanzó a terminar la actividad por falta de tiempo. No dio respuesta alguna por la falta de información de la misma tabla que debía llenar.
6		Este alumno, llenó los datos de la tabla, aunque en la gran mayoría de las razones entre los valores del largo de los rectángulos. Es posible que debido a este pequeño error, el estudiante no logró observar nada relevante. No escribió nada como respuesta.
8		Este alumno, llenó solo los datos de la tabla correspondiente a la multiplicación de los anchos, puede que sea debido a que no alcanzó a terminar la actividad por falta de tiempo. No dio respuesta alguna por la falta de información de la misma tabla que debía llenar.
9	que las divisiones midieron los mismos resultados y que ancho por ancho y su resultado lo multiplicamos por 4 da el mismo resultado que largo por largo	Este alumno completó de forma casi correcta la tabla (solo se equivocó en dos valores al multiplicar, pero no influye mayormente, y este hecho puede darse debido al trabajo en grupo, muchas veces solo replican lo que otro de sus compañeros hace). Debido a ello es que logró hacer observar que los valores de las razones es constante (o división que es que se les planteó a los alumnos en la secuencia). Otra observación, y debido a la proporcionalidad entre los lados de cada rectángulo, observó que en los valores correspondiente a la multiplicación de los lados es el cuádruplo de la multiplicación de los anchos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
10	porque al dividir son un resultado consecutivo	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Lo que logró observar es respecto a la razón, los valores que le dio al aproximar los decimales va aumentando en una decima. Esto sucede debido a la proporción entre los lados de los rectángulos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
11		Este alumno no llenó la tabla, puede que sea debido a que no alcanzó a terminar la actividad por falta de tiempo. No dio respuesta alguna por la falta de información de la misma tabla que debía llenar.
13	que al dividir dan el resultado consecutivo (0,5 ; 0,6;	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Lo que logró observar es respecto a la razón, los valores que le dio al aproximar los decimales va aumentando en una decima. Esto sucede debido a la proporción entre los lados de los rectángulos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al

	etc.)	desarrollo del pensamiento variacional.
14	porque al dividir dan un resultado consecutivo	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Lo que logró observar es respecto a la razón, los valores que le dio al aproximar los decimales va aumentando en una decima. Esto sucede debido a la proporción entre los lados de los rectángulos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
15		Este alumno, llenó solo los datos de la tabla correspondiente a la multiplicación de los anchos, puede que sea debido a que no alcanzó a terminar la actividad por falta de tiempo. No dio respuesta alguna por la falta de información de la misma tabla que debía llenar.
16	que las divisiones me dieron los mismos resultados y que ancho por ancho su resultado lo multiplicamos por 4 da el mismo resultado que largo por largo	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Debido a ello es que logró hacer observar que los valores de las razones es constante (o división que es que se les planteó a los alumnos en la secuencia). Otra observación, y debido a la proporcionalidad entre los lados de cada rectángulo, observó que en los valores correspondiente a la multiplicación de los lados es el cuádruplo de la multiplicación de los anchos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
17		Este alumno, llenó los datos de la tabla, aunque en la gran mayoría de las razones, la consideró al revés, es decir tomando ancho con ancho anterior y la misma situación con los largos. Es posible que debido a este pequeño error, el estudiante no logró observar nada relevante. No escribió nada como respuesta.
18		Este alumno no llenó la tabla, puede que sea debido a que no alcanzó a terminar la actividad por falta de tiempo. No dio respuesta alguna por la falta de información de la misma tabla que debía llenar.
19		Este alumno, llenó los datos de la tabla, aunque en la gran mayoría de las razones, la consideró al revés, es decir tomando ancho con ancho anterior y la misma situación con los largos. Es posible que debido a este pequeño error, el estudiante no logró observar nada relevante. No escribió nada como respuesta.
20	que en la columna 2 con la 4 da el mismo	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Debido a ello es que logró hacer observar que los valores de las razones es constante (o división que es que se les planteó a los alumnos en la secuencia). Otra observación, y debido a la proporcionalidad

	resultado, hay si una relación y en la columna 1 multiplicando el resultado por 4 da el resultado de la columna 3	entre los lados de cada rectángulo, observó que en los valores correspondiente a la multiplicación de los lados es el cuádruplo de la multiplicación de los anchos. Es importante que respondiera con afirmación a la existencia de una relación entre estos rectángulos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
21		Este alumno no llenó la tabla, puede que sea debido a que no alcanzó a terminar la actividad por falta de tiempo. No dio respuesta alguna por la falta de información de la misma tabla que debía llenar.
22		Este alumno no llenó la tabla, puede que sea debido a que no alcanzó a terminar la actividad por falta de tiempo. No dio respuesta alguna por la falta de información de la misma tabla que debía llenar.
23	en la columna 4 da el mismo resultado que en la 2 y en la columna 1 multiplicando el resultado por 4 da el resultado de la columna 3	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Debido a ello es que logró hacer observar que los valores de las razones es constante (o división que es que se les planteó a los alumnos en la secuencia). Otra observación, y debido a la proporcionalidad entre los lados de cada rectángulo, observó que en los valores correspondiente a la multiplicación de los lados es el cuádruplo de la multiplicación de los anchos. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
24	que en la columna 2 con 4 da el mismo resultado. Hay el mismo resultado	Este alumno completó de forma correcta la tabla. Debido a ello es que logró hacer observar que los valores de las razones es constante (o división que es que se les planteó a los alumnos en la secuencia). No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
25	_____ números unos son distintos osea el ancho y el largo son iguales pero a la vez son desiguales	Este alumno completó de forma casi correcta la tabla (solo se equivocó en dos valores al multiplicar, pero no influye mayormente, y este hecho puede darse debido al trabajo en grupo, muchas veces solo replican lo que otro de sus compañeros hace), a pesar de ello, el estudiante no logra expresar con claridad su idea, confundiendo con sus propias palabras.
26	que se repiten en las tablas	Este alumno completó de forma casi correcta la tabla, solo se equivocó en los valores correspondientes a las razones, pero de esa forma igual se mantiene la constante, a pesar de que los

		valores incluidos no provienen de operaciones lógicas. Al sucedes eso, el estudiante logró observar que los valores se repetían. No hizo ningún comentario más que tome relevancia respecto al desarrollo del pensamiento variacional.
--	--	--

- 1 Los rectángulos son parecidos porque
- 2 Los rectángulos son distintos porque
- 3 En resumen, las características comunes de estos 5 rectángulos son

Estudi ante	1	2	3	Análisis
2				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
3	usan la misma diagonal para todos	su tamaño es distinto va aumentad o	su diagonal	Este alumno relacionó directamente la similitud entre los rectángulos porque “usan” (comparten) la diagonal. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. Para las características sólo mencionó la diagonal, nuevamente quiso decir que la compartían.
4	usan la misma diagonal para todos	su tamaño es distinto y ha aumentad o	su diagonal	Este alumno relacionó directamente la similitud entre los rectángulos porque “usan” (comparten) la diagonal. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. Para las características sólo mencionó la diagonal, nuevamente quiso decir que la compartían.
5	comparten la misma diagonal	son todos distinto tamaño	son todos de distinto tamaño y comparten la misma diagonal	Este alumno relacionó directamente la similitud entre los rectángulos porque “comparten” la diagonal. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. Para las características mencionó lo mismo que en las dos respuestas anteriores

6		son de diferentes tamaños		Para las similitudes no hizo referencia alguna, tal vez no se le ocurrió ninguna en ese momento, pensando que esa observación podría haberla hecho solo observando los rectángulos en el geoplano. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. No describió características.
8				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
9	usan la misma diagonal para todos	su tamaño es distinto y ha aumentado o	su diagonal	Este alumno relacionó directamente la similitud entre los rectángulos porque “usan” (comparten) la diagonal. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. Para las características sólo mencionó la diagonal, nuevamente quiso decir que la compartían.
10	si porque son de la misma forma	porque son de diferentes tamaño		Este alumno, a diferencia de la mayoría de sus compañeros, logró observar que una de las similitudes es la forma de los rectángulos, debido a que son semejantes y aumentan de tamaño en forma proporcional. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. No logró reunir las características de los rectángulos
11				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
13	son de la misma forma porque todos son rectángulos	son de diferentes tamaños porque su alto y su ancho	que son de la misma figura geométrica. Que sus medidas	Este alumno, a diferencia de la mayoría de sus compañeros, logró observar que una de las similitudes es la forma de los rectángulos, debido a que son semejantes y aumentan de tamaño en forma proporcional, pero en este caso no consideró aquellos rectángulos que no

	os	aumentan	van de dos en dos	son semejantes. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. Para las características comunes no hizo mayores referencias a las características propias de una familia de rectángulos, pero logró observar que los rectángulos varían y siempre uno es el doble del anterior.
14	se porque son de la misma forma	porque son de diferente tamaño	que pertenecen a la misma figura geométrica y sus medidas aumentan de 2 en 2	Este alumno, a diferencia de la mayoría de sus compañeros, logró observar que una de las similitudes es la forma de los rectángulos, debido a que son semejantes y aumentan de tamaño en forma proporcional. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. Para las características comunes no hizo mayores referencias a las características propias de una familia de rectángulos, pero logró observar que los rectángulos varían y siempre uno es el doble del anterior.
15				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
16	usan la misma diagonal para todos	su tamaño es distinto y ha aumentado	su diagonal	Este alumno relacionó directamente la similitud entre los rectángulos porque “usan” (comparten) la diagonal. Para describir lo distinto entre ellos habla de los tamaños, los cuales van aumentando, faltó escribir que aumentaban proporcionalmente, pero probablemente logró observar aquella situación. Para las características sólo mencionó la diagonal, nuevamente quiso decir que la compartían.
17				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
18				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento

				de la actividad.
19				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
20	Todos tienen la misma diagonal, forman una proporción es decir son proporcionales	tienen distintas medidas	sus diagonales y que sus largos aumenta en 2 y sus largo en 1	Este alumno hizo dos acotaciones importantes para las similitudes entre los rectángulos, primero comentó que tenían la misma diagonal (comparten la recta que contiene a la diagonal) y luego que los rectángulos son proporcionales, este apunte pudo haberlo deducido del trabajo realizado con las tablas. Para las diferencias, escribió nuevamente sobre el tamaño de los rectángulos, ya que al ser proporcionales y si esta proporción no es 1, las figuras tendrán distintos tamaños. En las conclusiones realizó un resumen de las preguntas anteriores, he incluso intentó redactarlo de forma diferente.
21				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
22				Este alumno no respondió nada tal vez debido a que no le alcanzó el tiempo para terminar la actividad o tal vez se ausentó en ese momento de la actividad.
23	Todos tienen la misma diagonal, forman una proporción es decir son proporcionales	porque tienen distintas medidas	sus diagonales y que sus largos aumenta en 2 y sus largo en 1	Este alumno hizo dos acotaciones importantes para las similitudes entre los rectángulos, primero comentó que tenían la misma diagonal (comparten la recta que contiene a la diagonal) y luego que los rectángulos son proporcionales, este apunte pudo haberlo deducido del trabajo realizado con las tablas. Para las diferencias, escribió nuevamente sobre el tamaño de los rectángulos, ya que al ser proporcionales y si esta proporción no es 1, las figuras tendrán distintos tamaños. En las conclusiones realizó un resumen de las preguntas anteriores, he incluso intentó redactarlo de forma diferente.
24	Todos tienen la misma	porque tienen distintas	sus diagonales y que sus largos	Este alumno relacionó directamente la similitud entre los rectángulos porque “tienen” (comparten) la misma diagonal. Para las diferencias, escribió nuevamente sobre el

	diagonal	medidas	aumenta en 2 y sus largo en 1	tamaño de los rectángulos, ya que al ser proporcionales y si esta proporción no es 1, las figuras tendrán distintos tamaños. En las conclusiones realizó un resumen de las preguntas anteriores, he incluso intentó redactarlo de forma diferente.
25	porque el multiplicado son distintas y el dividido son el mismo resultado	las multiplicaciones son distintas porque no son los mismo resultado Por ejemplo: 2 4 6 8 10	los resultados donde el ancho y el largo en si son iguales y no varían mucho	Para realizar las similitudes, este alumno trató de deducirlas de las tablas, pero solo se refirió a las operaciones realizadas en ellas. Lo mismo ocurrió en las diferencias y en las conclusiones. Es probable que el hecho de llenar las tablas se haya convertido en una actividad más mecánica y no haya logrado relacionarlo con lo hecho en el geoplano.
26	tienen la misma diagonal, forman una proporción, es decir son proporcionales	porque dan del más grande al más chico	la diagonal	Este alumno hizo dos acotaciones importantes para las similitudes entre los rectángulos, primero comentó que tenían la misma diagonal (comparten la recta que contiene a la diagonal) y luego que los rectángulos son proporcionales, este apunte pudo haberlo deducido del trabajo realizado con las tablas. Para las diferencias, escribió nuevamente sobre el tamaño de los rectángulos, ya que al ser proporcionales y si esta proporción no es 1, las figuras tendrán distintos tamaños, haciendo mención de que varían de manera constante. En las conclusiones sólo se refirió a la diagonal, respondiendo en base a las similitudes.

TERCERA PARTE: LA DIAGONAL Y LA RECTA LA SUSTENTA

FASE 1: *Inclinación de la diagonal*

Expliquen con sus propias palabras ¿qué sucede cuando haces variar la medida de la altura del rectángulo?

Leer y analizar desde lo pedido

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	cambia el tamaño	El alumno observó que se producía cambio y solo comentó que se producía cambio de tamaño.
3	varia la razón y también varia su diagonal	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían
4	se puede dar la forma al rectángulo dependiendo del n° que se coloque	Este alumno describió lo observado desde la misma actividad, sin profundizar mayormente (los rectángulos van tomando la forma dependiendo de los valores –altura y base-)
5	aparecen distintos tamaños y varían los resultados	Este alumno relacionó el cambio de tamaño con la variación en los “resultados” sin embargo no realizó ningún otro comentario que mostrara progreso en su pensamiento variacional.
6	aparecen en distintos tamaños y sus resultados varían	Este alumno relacionó el cambio de tamaño con la variación en los “resultados” sin embargo no realizó ningún otro comentario que mostrara progreso en su pensamiento variacional.
8	varía la razón, también varía la diagonal	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían
9	se puede dar la forma al rectángulo	Este alumno describió lo observado desde la misma actividad, sin profundizar mayormente (los rectángulos van tomando la forma dependiendo de los valores –altura y base-)
10	la medida de la diagonal se vuelve en decimales y su base aumenta	Este alumno solo observó el cambio en los valores (parte numérica), es estas observaciones relaciona la “medida de la diagonal” con números decimales, y la variación de la base, la cual “aumenta”

11	se forman distintos rectángulos	La observación realizada por este alumno apuntó a lo más general, solo mencionando que se forman rectángulos diferentes (no relaciona los rectángulos entre sí)
13	la medida de la diagonal va siendo números decimales y su base aumenta para así formar un rectángulo	Este alumno solo observó el cambio en los valores (parte numérica), es estas observaciones relaciona la “medida de la diagonal” con números decimales, y la variación de la base, la cual “aumenta” y de esa manera se formará el rectángulo pedido.
14	la medida de la diagonal se vuelve en decimales y su base aumenta para así formar un rectángulo	Este alumno solo observó el cambio en los valores (parte numérica), es estas observaciones relaciona la “medida de la diagonal” con números decimales, y la variación de la base, la cual “aumenta” y de esa manera se formará el rectángulo pedido.
15	varía la razón, también varía la diagonal	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían
16	se puede dar la forma al rectángulo dependiendo del n° que se coloque	Este alumno describió lo observado desde la misma actividad, sin profundizar mayormente (los rectángulos van tomando la forma dependiendo de los valores –altura y base-)
17	se van formando distintos rectángulos	La observación realizada por este alumno apuntó a lo más general, solo mencionando que se forman rectángulos diferentes (no relaciona los rectángulos entre sí)
18	aparecen en distintos tamaños y sus resultados cambian	Este alumno relacionó el cambio de tamaño con la variación en los “resultados” sin embargo no realizó ningún otro comentario que mostrara progreso en su pensamiento variacional.
19	cambia el tamaño	El alumno observó que se producía cambio y solo comentó que se producía cambio de tamaño.
20	cambian las medidas de las razones y las diagonales	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían
21	cuando aumenta la altura, aumenta también la razón y la medida de la diagonal	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían
22	va creciendo la razón y la diagonal	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal

		varían
23	cambian las medidas de las razones y las diagonales	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían
24	cambia el tamaño	El alumno observó que se producía cambio y solo comentó que se producía cambio de tamaño.
25	dan diferentes resultados, cuando aumenta la altura, aumenta la razón y la diagonal	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían
26	cuando aumenta la altura aumenta también la razón y la medida de la diagonal	Este alumno logró observar la variación que se produce, comentando que la razón y la diagonal varían

Expliquen con sus propias palabras ¿qué sucede cuando haces variar solo la medida de base del rectángulo?

Estudiante	Respuesta	Análisis
2	a medida que aumenta la base aumenta la medida de la diagonal	Este alumno sólo observó los valores de la tabla, no haciendo mención de la razón de los lados ni de la inclinación de la diagonal. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno.
3	cuando cambiamos la base cambia la razón A:B y cambia la medida de la diagonal	Este alumno observó los valores de la tabla y con ello, comentó sobre el cambio en la razón, pero no sobre la inclinación de la diagonal. Sin embargo, solo hace referencia a la razón en base a su valor numérico. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno.
4	sucede que se logra definir se es cuadrado o rectángulo	La explicación que entregó este alumno a la variación de la medida de la base la relacionó con un caso de rectángulo, que es el cuadrado.
5	cambia el tamaño al igual que el anterior	Solo observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
6	cambia de tamaño al igual que el otro y varía	Solo observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
8	cambia la razón A:B y también	Este alumno observó los valores de la tabla y con ello, comentó sobre el cambio en la razón, pero no sobre la

	cambia la medida de la diagonal al solo cambiar la base	inclinación de la diagonal. Sin embargo, solo hace referencia a la razón en base a su valor numérico. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno.
9	el rectángulo engorda	Solo observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
10	cambia la medida de la diagonal y su tamaño varía o aumenta	Este alumno sólo observó los valores de la tabla, no haciendo mención de la razón de los lados ni de la inclinación de la diagonal. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno. Además observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
11	el rectángulo se agranda o se achica	Solo observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
13	cambia la medida de la diagonal y su tamaño varía o aumenta	Este alumno sólo observó los valores de la tabla, no haciendo mención de la razón de los lados ni de la inclinación de la diagonal. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno. Además observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
14	cambia la medida de la diagonal y su tamaño varía o aumenta	Este alumno sólo observó los valores de la tabla, no haciendo mención de la razón de los lados ni de la inclinación de la diagonal. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno. Además observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
15	cuando cambiamos la base cambia la razón A:B y cambia la medida de la diagonal	Este alumno observó los valores de la tabla y con ello, comentó sobre el cambio en la razón, pero no sobre la inclinación de la diagonal. Sin embargo, solo hace referencia a la razón en base a su valor numérico. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno.
16	sucede que se logra definir si es cuadrado o rectángulo	La explicación que entregó este alumno a la variación de la medida de la base la relacionó con un caso de rectángulo, que es el cuadrado.
17	el rectángulo se agranda o se	Solo observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.

	achica	
18	cambia el tamaño igual que el otro	Solo observó el cambio de tamaño, por ser lo más llamativo.
19	a medida que aumenta la base aumenta la medida de la diagonal	Este alumno sólo observó los valores de la tabla, no haciendo mención de la razón de los lados ni de la inclinación de la diagonal. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno.
20	cambian las razones y la medida de las diagonales	Este alumno observó los valores de la tabla y con ello, comentó sobre el cambio en la razón, pero no sobre la inclinación de la diagonal. Sin embargo, solo hace referencia a la razón en base a su valor numérico. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno.
21	la medida de la base va aumentando	Este alumno hizo referencia a lo pedido en la actividad, que era hacer variar la medida de la base, sin aportar con ninguna observación
22	es inversamente proporcional por que la razón baja y la diagonal sube	Este alumno logró observar que si la razón aumenta, la diagonal tiene mayor inclinación respecto al eje horizontal. Este comentario se consiguió debido a la observación de las figuras en el archivo de Excel entregado para la actividad, muy buena conclusión. Es interesante como lo relaciona con la proporción inversa, ya que en ninguna parte de la secuencia se habla de ese tipo de proporción.
23	cambian las razones y la medida de las diagonales	Este alumno observó los valores de la tabla y con ello, comentó sobre el cambio en la razón, pero no sobre la inclinación de la diagonal. Sin embargo, solo hace referencia a la razón en base a su valor numérico. El objetivo de poner el valor de la diagonal era para que vieran la diferencia entre pendiente de la diagonal y medida de la diagonal, pero esto desvió la atención del alumno.
24	la razón disminuye y la diagonal aumenta	Este alumno logró observar que si la razón aumenta, la diagonal tiene mayor inclinación respecto al eje horizontal. Este comentario se consiguió debido a la observación de las figuras en el archivo de Excel entregado para la actividad, muy buena conclusión.
25	cuando aumenta la base, disminuye la razón y aumenta la diagonal	Este alumno logró observar que si la razón aumenta, la diagonal tiene mayor inclinación respecto al eje horizontal. Este comentario se consiguió debido a la observación de las figuras en el archivo de Excel entregado para la actividad, muy buena conclusión.

26	la medida de la diagonal se va manteniendo	Este alumno no logró una conclusión coherente con lo que se cree que pensó realmente, ya que probablemente lo que quiso comentar era que la medida de la diagonal iba disminuyendo muy poco.
----	--	--

1. ¿Qué sucede la medida de las diagonales?
2. ¿Cómo es la razón entre los lados? ¿Por qué? Fundamenten la respuesta
3. Busca al menos 6 rectángulos en los que la razón entre la altura y la base sea la misma. Dibújalos en la hoja de trabajo n°1
4. ¿Qué otro elemento comparten estos rectángulos? ¿Cómo son los lados?
5. ¿Qué pueden concluir de lo realizado en esta fase?

Estudiante	1	2	3	4	5	Análisis
2	a mas altura y base la diagonal extiende y de lo contrario se achica	la razón es uno porque los números son ángulos				Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados. Con respecto a la razón, este alumno solo fundamentó que era uno ya que “los números son ángulos”, lo que quiso decir que eran iguales. No dio respuesta a las otras preguntas, probablemente no supo cómo expresarlo (ya que lo único que debía hacer era observar)
3	es que si aumenta su base y su altura la medida de la diagonal también aumenta y se disminuye la medida también disminuye	la razón en un cuadrado siempre es uno porque A:B es igual que dividir dos números iguales y siempre me va a	dibujó ejes, rectángulos de distintos colores, a primera vista no es lo solicitado para la investigación	tienen la misma diagonal al principio y secundaria	que la razón es la división entre la altura y la base	Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados. Para justificar que la razón entre los lados fuera uno lo relacionó con una división, concluyendo que al dividir dos números iguales siempre le va a dar uno. En el dibujo que se le solicitó este estudiante sólo trazó rectángulos de distintos tamaños, pero no aquellos en donde la razón fuera la misma. Logró observar que estos rectángulos comparten la diagonal, pero lo expresó como “la misma”, con lo que se cree que quiso decir que tenían la

		dar uno				misma inclinación, es decir, las diagonales principales entre ellas y lo mismo con las diagonales secundarias; no hizo comentario respecto a la razón entre los lados. Aunque en las conclusiones no logró visualizar algún aspecto conjeturado o esperado, el estudiante relacionó la razón con el proceso de dividir.
4	disminuye o aumenta según su medida de base y altura	que la razón siempre cuando son cuadrados es 1	dibujó los ejes, y un rectángulo con las diagonales			Este alumno logró observar la variación en la medida de la diagonal, y la comentó que depende de la variación de la base y la altura. Observó bien la razón de los lados, la justificación que dio la adjudicó a que sucedía siempre con la razón de los lados de un cuadrado. Al momento de dibujar los seis rectángulos pedidos, solo hizo uno, no logró el objetivo en esta pregunta. No terminó de responder, puede deberse a que no alcanzó en el tiempo dado o no se le ocurrió respuesta para escribir.
5	a más altura y base la diagonal extiende y de lo contrario se achica	la razón es uno porque los números son iguales	dibujó los ejes coordenados, pero solo un rectángulo, dibujó otras cosas sin importancia para la investigación			Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados. Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran iguales, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón. Al momento de dibujar los seis rectángulos pedidos, solo hizo uno, no logró el objetivo en esta pregunta. No terminó de responder, puede deberse a que no alcanzó en el tiempo dado o no se le ocurrió respuesta para escribir.

6	que mientras más altura y base la diagonal se extiende, mientras que es menos se encoge	la razón es uno porque los números son iguales y siempre va a dar lo mismo	dibujo ejes, y un solo rectángulo...pero dibujo la línea de la diagonal			Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados. Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran iguales, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón. Al momento de dibujar los seis rectángulos pedidos, solo hizo uno, no logró el objetivo en esta pregunta. No terminó de responder, puede deberse a que no alcanzó en el tiempo dado o no se le ocurrió respuesta para escribir.
8	es que si aumenta su base y aumenta su altura la medida de la diagonal también aumenta y si la base y la altura disminuye la diagonal también disminuye	la razón de un cuadrado siempre es 1 ya que $A:B$ es igual a dividir 2 números iguales	dibujo regular, podría haber sido mejor	tiene la misma línea diagonal principal y secundaria	que la razón es la división entre la altura	Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados (su forma de expresar la idea deja totalmente claro la observación recién hecha). Para justificar que la razón entre los lados fuera uno lo relacionó con una división, concluyendo que al dividir dos números iguales siempre le va a dar uno. El dibujo realizado por el estudiante se considera regular, dibujando en ellos la diagonal principal (coincidente) y la diagonal secundaria, sin embargo no entregó indicios de darse cuenta de que la razón entre la altura y la base es la misma para todos. Logró observar que estos rectángulos comparten la diagonal, pero lo expresó como “la misma”, con lo que se cree que quiso decir que tenían la misma inclinación, es decir, las diagonales principales entre ellas y lo mismo con las diagonales secundarias; no hizo comentario

						respecto a la razón entre los lados. Aunque en las conclusiones no logró visualizar algún aspecto conjeturado o esperado, el estudiante relacionó la razón con el proceso de dividir (no menciona qué elementos, pero se cree que entre la altura y la base)
9	disminuye o aumenta según su medida de base y altura	que la razón siempre cuando son cuadrados es 1	solo dibujó los ejes....dos rectas perpendiculares nada mas			Este alumno logró observar la variación en la medida de la diagonal, y la comentó que depende de la variación de la base y la altura. Observó bien la razón de los lados, la justificación que dio la adjudicó a que sucedía siempre con la razón de los lados de un cuadrado. Al momento de dibujar los seis rectángulos pedidos, solo dibujó los ejes coordenados, no respondiendo al objetivo de la pregunta. No terminó de responder, puede deberse a que no alcanzó en el tiempo dado o no se le ocurrió respuesta para escribir.
10	dan todos iguales sus lados	no da fracción es decimal porque tienen todos el mismo lado	"tienen que ser siempre iguales entre la altura y la base" buen dibujo	comparten la diagonal al principio y sus lados son rectangulares	aprendimos a hacer rectángulos con la misma altura y base, y la misma diagonal se juntan en el mismo punto	Este alumno no respondió de acuerdo a la primera pregunta, ya que en ella preguntan por la medida de diagonal y sólo responde por la medida de los lados. Para referirse a la razón, se logra dar cuenta que en todos los casos le daba un valor entero, pero hizo caso omiso a cuál número en específico es (1). Respecto al dibujo de este alumno logró relacionar el valor de la razón, agregando un comentario en el dibujo en dónde da cuenta de ello. Para referirse a los elementos que comparten, observó favorablemente el hecho de que compartían la diagonal (es

						importante mencionar que hizo referencia a que “comparten” no a que es la misma), cuando comentó sobre los lados “rectangulares” se cree que quiso decir que son perpendiculares. Para las conclusiones este alumno hace referencia a la “misma” diagonal (con lo que se cree que quiso decir que coincidían), además escribió que había aprendido a hacer rectángulos con la misma razón; otro aspecto importante es que comenta que en aquellos rectángulos, las diagonales se cortan en el mismo punto, buena observación.
11	dan puros decimales	siempre el resultado da uno porque al dividir cada número por su mismo valor da uno	dibuja cuadrados, malo			Este alumno no respondió de acuerdo a lo esperado, ya que sólo observó que “dan puros decimales”. Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran “el mismo valor”, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón. Al parecer no encontró sentido a las preguntas anteriores, por lo que el dibujo solicitado se considera incorrecto. No terminó de responder, puede deberse a que no alcanzó en el tiempo dado o no se le ocurrió respuesta para escribir.
13	son todos iguales sus lados tienen las mismas medidas	la fracción no es decimal porque tienen el mismo lado	“tienen que ser siempre iguales entre la altura y la base” buen	comparten la diagonal al principio y sus lados son	que aprendimos a hacer rectángulos con la misma altura	Este alumno no respondió de acuerdo a la primera pregunta, ya que en ella preguntan por la medida de diagonal y sólo responde por la medida de los lados. Para referirse a la razón, se logra dar cuenta que en todos los casos le daba un valor entero, pero hizo caso omiso a

			dibujo	rectan gulare s	y base, y la misma diagon al juntan en el mismo punto	cuál número en específico es (1), sin embargo hizo un intento por indicar cuál era la explicación de esta situación. Respecto al dibujo de este alumno logró relacionar el valor de la razón, agregando un comentario en el dibujo en dónde da cuenta de ello. Para referirse a los elementos que comparten, observó favorablemente el hecho de que compartían la diagonal (es importante mencionar que hizo referencia a que “comparten” no a que es la misma), cuando comentó sobre los lados “rectangulares” se cree que quiso decir que son perpendiculares. Para las conclusiones este alumno hace referencia a la “misma” diagonal (con lo que se cree que quiso decir que coincidían), además escribió que había aprendido a hacer rectángulos con la misma razón; otro aspecto importante es que comenta que en aquellos rectángulos, las diagonales se cortan en el mismo punto, buena observación.
14	son todos iguales sus lados, solo que cambia la medida de la diagonal	no da fraccion es decimal porque tienen todos el mismo lado	"tienen que ser siempre iguales entre la altura y la base" buen dibujo	compa rten la diagon al princip al y sus lados son rectan gulare s	aprend imos a hacer rectán gulos con la misma altura y base, y la misma diagon al juntan en el	Este alumno comienza dando una respuesta errónea según la pregunta, pero luego hace un aporte mencionando el cambio observado en la medida de la diagonal, no escribió nada respecto a la inclinación de ella. Para referirse a la razón, logra darse cuenta que en todos los casos le daba un valor entero, pero hizo caso omiso a cuál número en específico es (1), sin embargo hizo un intento por indicar cuál era la explicación de esta situación. Respecto al

					mismo punto	dibujo de este alumno logró relacionar el valor de la razón, agregando un comentario en el dibujo en dónde da cuenta de ello. Para referirse a los elementos que comparten, observó favorablemente el hecho de que compartían la diagonal (es importante mencionar que hizo referencia a que “comparten” no a que es la misma), cuando comentó sobre los lados “rectangulares” se cree que quiso decir que son perpendiculares. Para las conclusiones este alumno hace referencia a la “misma” diagonal (con lo que se cree que quiso decir que coincidían), además escribió que había aprendido a hacer rectángulos con la misma razón; otro aspecto importante es que comenta que en aquellos rectángulos, las diagonales se cortan en el mismo punto, buena observación.
15	cuando aumenta la medida de la base y de la altura la medida de la diagonal aumenta y cuando disminuimos las medidas la medida de la diagonal disminuyó					Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados (su forma de expresar la idea deja totalmente claro la observación recién hecha). No completa las siguientes preguntas, probablemente porque le faltó tiempo para terminar la actividad o porque no se le ocurrió como plasmar sus ideas en el papel.

16	disminuye o aumenta según su medida de base y altura	que la razón siempre cuando son cuadrados es 1	dibujó los rectángulos pedidos, pero no es lo esperado			Este alumno logró observar la variación en la medida de la diagonal, y la comentó que depende de la variación de la base y la altura. Observó bien la razón de los lados, la justificación que escribió la adjudicó a que sucedía siempre con la razón de los lados de un cuadrado. Al momento de dibujar los seis rectángulos pedidos, no logró el objetivo de la pregunta. No terminó de responder, puede deberse a que no alcanzó en el tiempo dado o no se le ocurrió respuesta para escribir.
17	arrojó puros decimales y la forma (razón) da siempre 1, siendo iguales los números de altura y base	el resultado siempre 1 ya que son los mismo números (base y altura)	dibujó solo dos rectángulos, sin ejes coordenados			Este alumno logró observar que la medida de la diagonal era diferente dependiendo del valor que tomaran los lados, observó en este punto que si bien eran diferentes, tenían algo en común que era la razón (logró acotar que en los valores de altura y base en un mismo rectángulo eran los mismos para que sucediera este hecho en particular). Si se hace una lectura de ambas respuestas (la anterior y la de la razón), se logra observar que dedujo una de la otra, sin mencionar ningún otro dato más. El dibujo solicitado no lo realizó a cabalidad, solo integrando en él solo dos rectángulos. No respondió a las demás respuestas, probablemente porque no le alcanzó el tiempo o porque no se le ocurrió como pasmar sus ideas en el papel.
18	que mientras más altura hace la diagonal	la razón es un porque siempre son	ejes coordenados, pero nada interesante			Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados, pero al intentar expresar su idea, se enredó con sus

	se extiende y mientras más chica se achica	números iguales y cabe una vez	e			propias palabras Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran iguales, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón, esta vez nuevamente se enredó con sus palabras. En el dibujo solicitado, solo dibujó los ejes coordenados, sin entregar más explicaciones ni realizar los rectángulos solicitados. No respondió a las demás respuestas, probablemente porque no le alcanzó el tiempo o porque no se le ocurrió como pasmar sus ideas en el papel. Este estudiante no logró expresar con total claridad sus ideas, sin embargo, al haber trabajado en equipo, se entiende ya que hay más estudiantes con expresiones parecidas.
19	a más altura y base la diagonal extiende y de lo contrario se achica	la razón es una porque los números son iguales	no			Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados (su forma de expresar la idea deja totalmente claro la observación recién hecha). Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran iguales, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón. No terminó de responder, puede deberse a que no alcanzó en el tiempo dado o no se le ocurrió respuesta para escribir.
20	la diagonal va aumentan do a	es de 1 ya que los lados son	Dibujó los rectángul os con la medida de	son propor cional es	que todos los lados que	Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados, lo cual lo expresó a través de la figura completa, debido a

	medida que el cuadrado igual lo haga y va disminuyendo si este igual la hace	iguales	sus lados y escribió la razón en cada uno.. 1/2		sean proporcionales es tendrá n la misma razón	que visualmente es más fácil de identificar (su forma de expresar la idea deja totalmente claro la observación recién hecha). Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran iguales, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón. Con respecto a los dibujos solicitados, realizó rectángulos proporcionales e incluso escribió la razón correspondiente, esto indica que entendió claramente la idea, se cumplió con el objetivo. Con respecto a los elementos que comparten, no menciona ninguno, sin embargo declara que los lados son proporcionales, logrando coherencia con las respuestas anteriores. En la conclusión de la fase, este alumno concluye lo propio a su desarrollo en esta fase, es decir, comprendió que a figuras de lados proporcionales, las razones siempre serán la misma.
21	la medida de las diagonales va aumentando	la razón es siempre la misma es 1	escribió solo las razones			Este alumno, al experimentar con los cuadrados, lo hizo de manera creciente, por lo tanto la medida de la diagonal también fue aumentando, sin embargo logró observar la variación. Respecto a la razón, solo entregó el valor (correcto) pero no entregó fundamento, al parecer no encontró una frase consecuente. No dio más respuestas, es probable que se deba a la falta de tiempo para terminar o porque no encontró la manera de expresar su idea.
22	son exactos e	iguales porque	dibujo distintos	la diagon	que la diagon	Este alumno mal interpretó la pregunta, ya que creyó que se

	iguales	al ser 1 cuadrado tiene largo y ancho igual	rectángulos, pero no tienen igual la razón, además están sueltos en la hoja (sin ejes coordenados)	al son iguales	al no varía y la razón es inversamente proporcional con la diagonal	preguntaba por los lados, no por la diagonal. Respecto a la razón, respondió en forma afirmativa, pero no entregó el valor, su fundamento se basa en que deben tener la misma medida de los lados, no habló de división o razón. El dibujo realizado no corresponde con lo esperado, ya que dibujó rectángulos de manera desordenada y sin incluir los ejes coordenados. En los elementos compartidos, mencionó la diagonal, indicando que son iguales, sin embargo se cree que lo que quiso expresar tenía que ver con la inclinación de ella. Finalmente para las conclusiones, relacionó la inclinación de la diagonal con la “no varianza” de ella, sin embargo hizo una relación errónea ya que indicó que la razón sería inversamente proporcional con la diagonal, siendo que la razón en figuras proporcionales es la misma.
23	la diagonal va aumentando según van aumentando los lados	es de 1, ya que los lados son iguales	dibujó los rectángulos sin los ejes, pero escribió la razón y la medida de los lados	son proporcionales	que todos los lados que sean proporcionales tendrán la misma razón	Este alumno, al experimentar con los cuadrados, lo hizo de manera creciente, por lo tanto la medida de la diagonal también fue aumentando, sin embargo logró observar la variación. Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran iguales, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón. Alumno describe bien a través del dibujo su idea, a pesar de que no realizó el dibujo sobre ejes coordenados, escribió en cada rectángulo la razón (que era la misma) y la medida de los lados. Con respecto a los elementos que comparten, no

						menciona ninguno, sin embargo declara que los lados son proporcionales, logrando coherencia con las respuestas anteriores. En la conclusión de la fase, este alumno concluye lo propio a su desarrollo en esta fase, es decir, comprendió que a figuras de lados proporcionales, las razones siempre serán la misma.
24	si se agranda el cuadrado aumenta la diagonal	si aumenta una la altura y es proporcional	dibujo los rectángulos en donde todos la razón es 5, pero no en ejes coordenados	los lados son proporcional es	que todos los lados son proporcional es tienen la misma base	Observó que la diagonal también se encuentra en proporción con respecto a los lados, lo cual lo expresó a través de la figura completa, debido a que visualmente es más fácil de identificar, a pesar de que sólo observó la variación creciente. Respecto a la razón, no logró expresar su idea con claridad, pero lo relacionó con la proporcionalidad (existe la probabilidad de que al trabajar en equipo, no haya entendido lo acordado y escribiera lo que escuchó, sin razonar). El dibujo realizado se encuentra dentro de lo esperado, sin embargo no lo realizó en ejes coordenados, aún así se cree que el estudiante entendió la idea de proporción, ya que escribió la razón. Con respecto a los elementos que comparten, no menciona ninguno, sin embargo declara que los lados son proporcionales, logrando coherencia con las respuestas anteriores. La conclusión no se encuentra clara, pero se cree que lo que quiso decir es que al ser los rectángulos proporcionales, y su vértice inferior izquierdo coincide, la base también coincide.

25	va aumentan do la diagonal	la razón se mantien e por que la división es el mismo número; ejemplo $10:10=1$ $11:11=1$	dibujados los rectángul os, sin ejes coordena dos,	compa rten la diagon al, sus lados son propor cional es	mi conclu sión es que entend í mucho sobre los rectán gulos y sus diagon ales	Este alumno, al experimentar con los cuadrados, lo hizo de manera creciente, por lo tanto la medida de la diagonal también fue aumentando, sin embargo logró observar la variación. Para justificar que la razón entre los lados fuera uno mencionó que se debía a que los dos números eran iguales, es decir relacionó la razón con la división, tiene incluida en su percepción la idea de razón. El dibujo realizado se encuentra dentro de lo esperado, sin embargo no lo realizó en ejes coordenados. Al describir qué elementos comparen los rectángulos, logró observar que comparten la diagonal y que los lados son proporcionales. Respecto a la conclusión, se encuentra fuera de lo esperado, ya que solo comentó que había entendido sobre los rectángulos y sus diagonales, sin embargo no logra interconectar con las preguntas anteriores.
26	la diagonal es la misma de _____	la medida de los lados son iguales	puso las razones... y en cada resultado le dio 2			La redacción de la respuesta entregada por el alumno es confusa. Respecto a la razón entre los lados, solo fundamenta que son iguales, probablemente no entendió la actividad y realizó los pasos de manera mecánica. Cuando debía realizar los dibujos, sólo escribió las razones, no cumpliendo nuevamente con el objetivo de la pregunta. No respondió las otras dos preguntas, que se cree que esto es debido a que no entendió la actividad y respondió mecánicamente.

- a) ¿Cuál es el RECTÁNGULO MÁS BELLO? Menciona tres características de él.
- b) ¿Qué objetos de uso cotidiano se construyen en base a él? ¿Por qué crees que se hace?
- c) ¿Qué sucede con la diagonal del RECTÁNGULO MÁS BELLO? ¿qué valor toma?
- d) Construye en la hoja n°2 de trabajo un rectángulo bello.

Estudiante	A	B	C	D	Análisis
2					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
3					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
4					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
5					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
6					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
8					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
9					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad

					actividad
10					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
11					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
13					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
14					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
15					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
16					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
17					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
18					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
19					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de

					computadores para realizar la actividad
20	Es el mejor proporcionado. Es aquel que en el que, al separar un cuadrado, queda otro rectángulo semejante al inicial. Se llama rectángulo áureo	En edificios, panteón de Grecia, tarjetas DNI de España, cajetillas de cigarro, pirámides egipcias. Se hacen porque tienen la medida perfecta	88,77 cm da su diagonal del rectángulo mas bello	dibujó un rectángulo, pintando otro proporcional dentro	Este alumno investigó correctamente sobre el rectángulo áureo, describiendo cómo se obtiene uno de ellos. Los objetos descritos por el alumno, se consideran correctos, fundamentando que se debe a que “tienen la medida perfecta”. Con respecto a la diagonal, el estudiante debe haber medido la diagonal de algún rectángulo áureo específico, no cumpliendo con el objetivo de la pregunta. El dibujo realizado se considera correcto, ya que logró entender la idea de “rectángulo áureo”, sin embargo solo dibujó los dos primeros de la secuencia.
21					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad
22	es mejor proporcionado del cual se saca un cuadrado y queda otro rectángulo	cajetillas de cigarro para verse mejor		dibujó algo, a primera vista bien	Este alumno investigó correctamente sobre el rectángulo áureo, describiendo cómo se obtiene uno de ellos. En los objetos cotidianos, solo mencionó las cajetillas de cigarro, fundamentando que es para “verse mejor”. No respondió nada respecto a la diagonal. El dibujo realizado se considera correcto, comprendió la idea del rectángulo áureo.
23	Es el mejor proporcionado. Es aquel que al separar un	En edificios, partenón de Grecia, tarjetas DNI de	88,73 cm da su diagonal del rectángulo	dibujó hecho, se ve con las proporciones	Este alumno investigó correctamente sobre el rectángulo áureo, describiendo cómo se obtiene uno de ellos, encontró también otro de los nombres con el que

	cuadrado queda otro rectángulo semejante al inicial. Se le llama rectángulo áureo = rectángulo de oro	España. Carnet, pirámides egipcias. Se hacen porque es la misma medida perfecta	lo mas bello	buenas	se le llama (rectángulo de oro). Los objetos descritos por el alumno, se consideran correctos, fundamentando que se debe a que tienen la “misma medida perfecta”. Con respecto a la diagonal, el estudiante debe haber medido la diagonal de algún rectángulo áureo específico, no cumpliendo con el objetivo de la pregunta. El dibujo realizado se considera correcto, ya que logró entender la idea de “rectángulo áureo”.
24	Más bella = más proporcion al. La geometría griegos de la época clásica pensaban que el rectángulo mejor proporcion ado es aquel en el que, al separar un cuadrado queda otro rectángulo semejante al inicial al que llamaban rectángulo aureo (Aureo=or o en latin Aurum, por eso el símbolo				Este alumno investigó correctamente sobre el rectángulo áureo, describiendo cómo se obtiene uno de ellos y relacionando esta descripción a los griegos de la época clásica, Además encontró de dónde provenía el nombre rectángulo áureo. No respondió los siguientes ítems, tal vez debido a la falta de tiempo para hacerlo.

	químico				
25	es el que está menor proporcionado. 1. Al separar un cuadrado, queda otro rectángulo 2. Lo llamaban rectángulo Aureo. 3. (Aureo=Au) es el símbolo químico del oro	Tarjetas de crédito, carnets, cajetillas de cigarro. Porque está mejor proporcionado de		lo intentó	Este alumno no interpretó de manera correcta lo leído, mencionando que es el rectángulo “menor proporcionado”. Los objetos descritos por el alumno, se consideran correctos, fundamentando que se debe a que “está mejor proporcionado”. No respondió el tercer ítem. El dibujo trató de hacer el rectángulo áureo, sin embargo no alcanzó a terminarlo.
26					No respondió, es probable que debido a no alcanzar por tiempo y/o disponibilidad de computadores para realizar la actividad

c) AUTOEVALUACIÓN

Para el análisis de la autoevaluación, se realizará por pregunta y por alumno

1: Nunca	2: Casi Nunca	3: A veces	4: Casi Siempre	5: Siempre
-----------------	----------------------	-------------------	------------------------	-------------------

Por pregunta:

1) Fui responsable con mi trabajo

indicador	Preferencias	porcentaje
1	0	0 %
2	1	4,34782609 %
3	6	26,0869565 %
4	8	34,7826087 %
5	8	34,7826087 %

En esta tabla se muestra que la mayoría de los estudiantes, desde su propia perspectiva, trabajó de manera responsable durante la secuencia. Ninguno se consideró en el rango más bajo, y tan solo un alumno sintió que casi nunca trabajó de manera responsable, a pesar de que el trabajo no era difícil de seguir, muchas veces lo que juega en contra es la falta de concentración en los estudiantes, como se cree que fue el caso de este último.

2) Presenté mi trabajo limpio y ordenado

indicador	Preferencias	porcentaje
1	0	0 %
2	1	4,34782609 %
3	3	13,0434783 %
4	5	21,7391304 %
5	14	60,8695652 %

En esta tabla se muestra que en mayoría los estudiantes sienten que entregaron siempre su trabajo limpio y ordenado, lo que indica una preocupación de parte de ellos en ese aspecto.

3) Respondí mi trabajo honestamente

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	0	0 %
3	2	8,69565217 %
4	4	17,3913043 %
5	16	69,5652174 %

En esta tabla se ve como los estudiantes, en mayoría, declaran que fueron honestos siempre al realizar su trabajo. Llama la atención la sinceridad del grupo, ya que hubo uno que simplemente respondió que nunca lo hizo. Es importante el análisis que se hará por grupo respecto a este alumno en especial, para ver si la nota con la que se evaluó corresponde a lo respondido.

4) Atendí a las indicaciones dadas por el profesor

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	0	0 %
3	5	21,7391304 %
4	10	43,4782609 %
5	7	30,4347826 %

En este caso hubo mayor dispersión en las respuestas, ya que hay alumnos (cerca del 25 %) que declara haber puesto atención muy pocas veces. La mayoría de las respuestas de los estudiantes se concentra en la opción de casi siempre, con lo que se deduce que el factor “falta de concentración” influye, a pesar de que las “clases” fueron diferentes con respecto a las que vivieron durante el resto del año.

5) Manifesté disposición positiva hacia las actividades

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609
2	0	0
3	4	17,3913043
4	5	21,7391304
5	13	56,5217391

Respecto a la manifestación entregada por los estudiantes, existe una mayoría de ellos que realmente tuvo disposición a trabajar (más de la mitad del grupo analizado), sin embargo hay un estudiante que no lo hizo, tal vez porque no le gustó el trabajo realizado o simplemente porque matemática no ha sido una asignatura con la que se sienta cómodo trabajando.

6) Si fue necesario, realicé consultas al profesor

indicador	Preferencias	porcentaje
1	2	8,69565217 %
2	0	0 %
3	3	13,0434783 %
4	3	13,0434783 %
5	15	65,2173913 %

Este ítem tiene relación con el anterior, ya que si tienes la disposición positiva para aprender y realizar las actividades, los alumnos permanentemente preguntar al profesor las cosas que no han entendido. Las respuestas fueron similares a las anteriores.

7) Efectúe el trabajo de acuerdo a las instrucciones entregadas

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	1	4,34782609 %
3	0	0 %
4	7	30,4347826 %
5	13	56,5217391 %

En esta tabla se manifiesta que la mitad del grupo analizado cree que trabajó de acuerdo a las indicaciones entregadas en la secuencia (más de la mitad del grupo analizado), sin embargo hay un estudiante que se inclina por no haber seguido las instrucciones entregadas, este hecho puede deberse a que hay alumnos que no entendieron el trabajo que debía realizarse e hicieron lo que creían que debían hacer, o simplemente porque no querían realizar el trabajo. Hay un alumno que no respondió este ítem.

8) Valoré la opinión de mis compañeros

indicador	Preferencias	porcentaje
1	0	0 %
2	1	4,34782609 %
3	6	26,0869565 %
4	8	34,7826087 %
5	8	34,7826087 %

Este grupo de estudiantes, al opinar respecto a la valoración de la opinión de otros, se encuentra disperso, sin embargo ninguno declaró no valorar la opinión del resto. Esta tabla muestra en definitiva que trabajan en grupo, pero no lo hacen en equipo (es decir, un trabajo colaborativo y de respeto)

9) Aprecié el trabajo en equipo

indicador	Preferencias	porcentaje
1	2	8,69565217 %
2	1	4,34782609 %
3	6	26,0869565 %
4	5	21,7391304 %
5	9	39,1304348 %

En esta tabla se afirma lo que se analizó en el ítem anterior, en donde se muestra que hay alumnos que no les gusta o no aprecian el hecho de trabajar en grupo. Sin embargo el 39% aproximadamente del grupo de estudiantes de la muestra, si aprecian este trabajo.

10) Soy capaz de tolerar la frustración

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	2	8,69565217 %
3	6	26,0869565 %
4	9	39,1304348 %
5	5	21,7391304 %

De esta tabla, se puede deducir que los estudiantes en general, creen que pueden

tolerar, en algunas situaciones, la frustración. A través de esta tabla se puede explicar el desempeño que tuvieron los estudiantes, es decir, cada vez que se les presenta una situación en la que se ven sobrepasados, hay alumnos que abandonan la actividad o siguen realizándola pero sin ganas ya que se vieron superados por ella. Mucho de los alumnos de la actualidad sienten que se les debe entregar todo hecho y si hay algo que no se sienten capaz de hacer, no se sienten en desafío, sino que dejan de lado la situación.

11) Logré extrapolar los contenidos tratados en la secuencia con hechos de la vida real.

indicador	Preferencias	porcentaje
1	2	8,69565217 %
2	1	4,34782609 %
3	9	39,1304348 %
4	6	26,0869565 %
5	4	17,3913043 %

En esta ítem, se observa como disminuye la preferencia del indicador “siempre” (5), con lo que se puede concluir que los estudiantes no entendieron a cabalidad las actividades. Sin embargo, el indicador con mayor porcentaje de alumnos es el que indica que sólo en algunas ocasiones sucedía. Un alumno no respondió este ítem.

12) Comprendí las situaciones problemáticas, logrando resolver con facilidad los procedimientos indicados.

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	1	4,34782609 %
3	9	39,1304348 %
4	8	34,7826087 %
5	4	17,3913043 %

Esta pregunta se encuentra en total relación con la anterior, ya que si lograron comprender, entonces pueden extrapolar. Sin embargo, es extraño que los valores no coincidieran en su totalidad, se realizará mayor análisis en la individual.

13) Cuidé los materiales entregados para realizar las actividades

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	0	0 %
3	3	13,0434783 %
4	4	17,3913043 %
5	14	60,8695652 %

En esta tabla se logra observar que la mayoría de los estudiantes cuidó los materiales entregados para realizar las actividades, más específicamente 14 de ellos los cuidaron siempre. Este hecho puede haberse dado por la disposición de ellos a trabajar de manera correcta. Un alumno no respondió este ítem.

14) Fui un aporte durante el trabajo de equipo

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	1	4,34782609 %
3	5	21,7391304 %
4	6	26,0869565 %
5	10	43,4782609 %

Los estudiantes, al responder este ítem, reconocen el trabajo realizado en equipo. Si bien cerca del 80% del grupo aportó en la mayoría del trabajo en la secuencia, existen dos alumnos que declaran no haberlo hecho, puede deberse a la poca disposición entregada para el trabajo o simplemente no lo quisieron realizar.

15) Cuando se trabajó con computadores, me dediqué a la actividad

indicador	Preferencias	porcentaje
1	1	4,34782609 %
2	0	0 %
3	3	13,0434783 %
4	4	17,3913043 %
5	15	65,2173913 %

Cuando se planeó que los estudiantes trabajaran con computadores, se consideró

el hecho de que al trabajar con estos, los estudiantes se dedicarían a jugar o a utilizar otros programas. Sin embargo, los estudiantes en su mayoría realizaron las actividades en el computador honestamente.

En la tabla que se encuentra a continuación las columnas indicadas con el n° 11 y 12, se refieren a la respuesta entregada por el alumno en las preguntas con ese número en la autoevaluación, respectivamente, ya que son aquellas las que muestran indicios del avance propio en el contenido de la secuencia. En la columna “nota ponderada” se calculo con una escala de 75 puntos máximos (si respondió a todos con el indicador 5 “siempre”) con un 60% de prema (exigencia del 60% de los contenidos para la nota mínima de aprobación, 4,0)

11: extrapolar

12: comprensión de situaciones problemáticas

Est.	11	12	Nota ponderada	Nota autoasignada	Explicación	Análisis
2	3	3	52	60	porque igual aporte en lo que entendía y trabajé bien en el grupo	En ambos ítems el alumno sintió que solamente “a veces” extrapolo lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Además, al comparar la fundamentación de la nota auto-asignada con el ítem 12, el estudiante no logró entender a cabalidad las situaciones problemáticas planteadas. Este alumno obtuvo en promedio un 5,2 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco alta, pero se encuentra con un margen de error de 8 décimas aproximadamente (6,0).
3	4	4	62	63	ya que hubo trabajos que trabajé solo y era trabajo en "equipo"	En ambos ítems el alumno sintió que “casi siempre” extrapolo lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Además, al comparar la fundamentación de la nota auto-asignada con el ítem 12, “casi siempre” comprendió las situaciones problemáticas ya que, como lo expresó, “hubo trabajos que trabajé solo”. Este alumno obtuvo en promedio un 6,2 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar

						su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue casi correcta, ya que solo hay un margen de error de 1 décimas aproximadamente (6,3).
4	3	3	48	50	porque no se mucho no puse mucha atención y porque no fui a los computadores	En ambos ítems el alumno sintió que solamente “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Además, al comparar la fundamentación de la nota auto-asignada con el ítem 12, el estudiante no logró entender a cabalidad las situaciones problemáticas planteadas, comentando que “no puso mucha atención” y “no fui a los computadores”, con ello se perdió la conexión de las actividades. Este alumno obtuvo en promedio un 4,8 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco alta, pero se encuentra con un margen de error de 2 décimas aproximadamente (5,0).
5	4	4	65	68	porque siempre tuve buena disposición y fui responsable pero hubo cosas que no entendí	En ambos ítems el alumno sintió que “casi siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Además, al comparar la fundamentación de la nota auto-asignada con el ítem 12, el estudiante no logró entender a cabalidad las situaciones problemáticas planteadas, comentando que “hubo cosas que no entendí”. Este alumno obtuvo en promedio un 6,5 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco baja, pero se encuentra con un margen de error de 3 décimas aproximadamente (6,8).
6	2	3	52	52	porque creo que entiendo pero a la vez no, no soy tan capaz de enseñar a otro para que	El alumno en el ítem 11 sintió que “casi nunca” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Además, al comparar la fundamentación de la nota auto-asignada con el ítem 12, el estudiante no logró entender a cabalidad las

					lo comprenda, fue algo complicado y esa nota puede representar un poco de mi esfuerzo	situaciones problemáticas planteadas, comentando que “creo que entiendo pero a la vez no” y que “fue algo complicado”. Este alumno obtuvo en promedio un 5,2 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 logró reflejar con claridad, ya que fue coincidente (5,2).
8	3	3	57	45		En ambos ítems el alumno sintió que “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Este alumno obtuvo en promedio un 5,7 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue alta, con una nota de 4,5.
9	3	4	57	50	porque respondí bien al trabajo realizado	El alumno sintió que “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Al momento de “comprender las situaciones problemáticas” el estudiante declaró que “casi siempre” lo hizo. Este alumno obtuvo en promedio un 5,7 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco alta, pero se encuentra con un margen de error de 7 décimas aproximadamente (5,0).
10	4	3	49	55	yo creo que merezco un 55 porque he realizado casi todas las actividades	El alumno en el ítem 11 sintió que “casi siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Además, al comparar la fundamentación de la nota auto-asignada con el ítem 12, el estudiante no logró entender a cabalidad las situaciones problemáticas planteadas eligiendo la opción “a veces”, comentando “he realizado casi todas las actividades”. Este alumno obtuvo en promedio un 4,9 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco baja, pero se encuentra con un margen de error de 6 décimas

						aproximadamente (5,5).
11	3	2	57	50	porque puse empeño en el trabajo y trate de entender	El alumno en el ítem 11 sintió que “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Además, al comparar la fundamentación de la nota auto-asignada con el ítem 12, el estudiante no logró entender a cabalidad las situaciones problemáticas planteadas eligiendo la opción “casi nunca” logró comprender las situaciones problemáticas, comentando “puse empeño en el trabajo y traté de entender”. Este alumno obtuvo en promedio un 5,7 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco baja, pero se encuentra con un margen de error de 7 décimas aproximadamente (5,0).
13	5	5	63	65	porque trabajé en todas guías y entendí casi todo lo aprendido y cuide el material de trabajo	El alumno en ambos ítems sintió total seguridad y confesó que “siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes y que logró comprender las situaciones problemáticas, en la justificación entregada el estudiante comenta que “entendió casi todo lo aprendido” y que “trabajó en todas las guías. Este alumno obtuvo en promedio un 6,3 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco baja, pero se encuentra con un margen de error de 2 décimas aproximadamente (6,5).
14	3	4	63	65	porque hubo cosas que no las puede aprender muy bien me costo mucho	El alumno en el ítem 11 sintió que solo “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes. Al expresar si logró comprender las situaciones problemáticas, el estudiante comentó que “casi siempre” lo hizo, y cuando justificó declaró que le “costó mucho” y que “hubo cosas que no las pude entender”. Este alumno obtuvo en promedio un 6,3 (nota ponderada). Su

						expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco baja, pero se encuentra con un margen de error de 2 décimas aproximadamente (6,5).
15	3	3	50	48		El alumno en ambos ítems sintió que sólo “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes y que logró entender también solo “a veces” las situaciones problemáticas. Este alumno obtuvo en promedio un 5,0 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco baja, pero se encuentra con un margen de error de 2 décimas aproximadamente (4,8).
16	1	3	39	40	porque no entendí mucho y no coloque mucha atención	El alumno en el ítem 11 sintió que “nunca” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes, y que tan solo “a veces” comprendió las situaciones problemáticas. En la justificación comentó no haber entendido mucho y no haber puesto “muchísima atención. Este alumno obtuvo en promedio un 3,9 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 coincidente, tan solo hubo un margen de error de 1 décimas aproximadamente (4,0).
17	4	5	61	60	ya que siempre trabaje e intente aprender nuevos ejercicios y consulto con la profesora (ella esta de testigo) y aparte me gusta este ramo	El alumno en el ítem 11 sintió que “casi siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes, y que “siempre” comprendió las situaciones problemáticas, las justificaciones son concordantes con la nota, declara que “siempre trabajé e intenté aprender”. Este alumno obtuvo en promedio un 6,1 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue coincidente, tan solo hubo un margen de error de 1 décimas aproximadamente (6,0).

18	4	3	47	50	yo creo que debería tener un 5,0 ya que entendí pero no me dedique 100% al trabajo	El alumno en el ítem 11 sintió que “casi siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes, y que solo “a veces” comprendió las situaciones problemáticas, en la justificación el alumno confesó no haberse dedicado “100% al trabajo”, a pesar de que entendido. Este alumno obtuvo en promedio un 4,7 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco alta, pero se encuentra con un margen de error de 3 décimas aproximadamente (5,0).
19		4	61	60	porque le puse empeño pero hubo 1 clase que me sentía mal y me deje pero igual trabajo	El alumno no respondió al ítem 11 y expresó haber comprendido “casi siempre” las situaciones problemáticas, en la justificación el alumno comenta que “le puse empeño”. Este alumno obtuvo en promedio un 6,1 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue coincidente, tan solo con un margen de error de 1 décimas aproximadamente (6,0).
20	4	4	66	65	un 65 porque a lo mejor no me dedique tanto a aplicar los problemas en la vida real	El alumno en ambos ítems sintió que “casi siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes y que también casi siempre comprendió las situaciones problemáticas, ya que “no me dediqué tanto a aplicar los problemas en la vida real”. Este alumno obtuvo en promedio un 6,6 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue coincidente, tan solo con un margen de error de 1 décima aproximadamente (6,5).
21	1	1	25			Este alumno en ambos ítems, es decir, si logró extrapolar los contenidos y si comprendió las situaciones problemáticas, respondió que “casi nunca”. La nota ponderada es de 2,5.

						Además, no se auto-asignó nota y no justificó.
22	5	5	68	65	porque algunas instrucciones no las entendí	El alumno en ambos ítems sintió que “siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes y también “siempre” comprendió las situaciones problemáticas, sin embargo, no consideró en todos los ítems con ponderación máxima debido a que consideró que “algunas instrucciones no las entendí”. Este alumno obtuvo en promedio un 6,8 (nota ponderada). Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco baja, pero se encuentra con un margen de error de 3 décimas aproximadamente (6,5).
23	5	5	70	70	creo que esa nota, porque siempre hice el trabajo de la manera que me lo indicaban y respondí con todo lo que entendía y sabía	Este alumno consideró la máxima ponderación en ambos ítems, justificando que trabajó como se lo indicaban y respondía “con todo lo que entendía y sabía”. Su expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue la máxima, puede que sea porque, tal como lo indicó en su explicación, se sintió responsable al realizar las actividades.
24	5	4	67			El alumno en el ítem 11 sintió que “siempre” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes, y que “casi siempre” comprendió las situaciones problemáticas. Este alumno obtuvo en promedio un 6,7 (nota ponderada). No logró expresar la nota que de autoevaluación ni tampoco la explicación pertinente.
25	3	4	58	64	mi nota es sincera creo que no comprendí algunas cosas, entonces no	El alumno en el ítem 11 sintió que “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes, y que “casi siempre” comprendió las situaciones problemáticas. Este alumno obtuvo en promedio un 5,8 (nota ponderada). Su

					lo hice todo bien, pero tuve mucho esfuerzo de mi parte para lograr hacer la actividad	expectativa de trabajo al transformar su autoanálisis a nota de 1 a 7 fue un poco alta, pero se encuentra con un margen de error de 6 décimas aproximadamente (6,4). Sin embargo se comprende esta diferencia ya que justificó que se sintió responsable al realizar las actividades.
26	3	3	43			Este alumno, en ambos ítems, respondió que tan solo “a veces” extrapoló lo aprendido en la secuencia con otros contenidos o aprendizajes y también “a veces” comprendió las situaciones problemáticas. Este alumno obtuvo en promedio un 4,3 (nota ponderada). No logró expresar la nota que de autoevaluación ni tampoco la explicación pertinente.

d) Fichas de aprendizajes

1. ¿Qué problema se planteó en la clase de hoy?

Estudiante	Ficha 1	Ficha 2	Análisis
2	La magnitud y el patrón de medida		Ficha 1: reconoció algunos elementos o contenidos que se utilizaron en la “clase”, pero no identificó cuál era el problema en sí. Ficha 2: No respondió esta pregunta.
3	Se plantea que si nosotros sabíamos lo que era una magnitud, medida y patrón de medida	que si podíamos utilizar bien un geoplano y diferenciar rectángulos	Ficha 1: Este alumno reconoció los elementos que se entrelazaron para plantear el desarrollo del problema, pero no describió el problema en sí. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado con el geoplano.
4	Descubrir y aprender lo que es magnitud	que si podíamos diferenciar un geoplano y diferenciar rectángulos	Ficha 1: Este alumno escribió sobre la primera fase de la “clase”, identificando el problema y el elemento principal de éste. No mencionó ningún otro elemento más. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado con el geoplano.
5	Magnitud y sus conceptos	trabajar en el geoplano formando rectángulos y desarrollando tablas	Ficha 1: Este alumno identificó el elemento principal de la primera parte, comentando que desde éste se desprendieron otros conceptos, sin embargo no describe el problema en sí. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado con tablas (sin escribir para qué) y con el geoplano.
6	se planteó	acerca de los	Ficha 1: Este alumno identificó

	problemas de magnitud	rectángulos	uno de los elementos tratados en el problema, pero no lo describió. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado con rectángulos.
8	saber que era magnitud, medida, patrón de medida		Ficha 1: Este alumno reconoció los elementos que se entrelazaron para plantear el desarrollo del problema, pero no describió el problema en sí. Ficha 2: No respondió esta pregunta.
9	que significa "magnitud"	que si podíamos diferenciar un geoplano y diferenciar rectángulos	Ficha 1: Este alumno identificó el elemento principal de la primera parte, comentando que el problema expresado era para aprender qué significa (magnitud), sin embargo no describe el problema en sí. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado con el geoplano y con rectángulos.
10	nos enseñan cómo usar el patrón de medir y nos enseñan hacerla de la magnitud	las diagonales de los rectángulos	Ficha 1: Este alumno describió una parte del problema, considerando que expresó que se les enseñó cómo utilizar el patrón de medida, intentó explicar el procedimiento realizado para aquello, pero no logró escribirlo con claridad (gramaticalmente). Ficha 2: Este alumno reconoció que la actividad realizada era finalmente para relacionar la diagonal de los rectángulos con algo más (la pendiente de las mismas)
11	aprendí la magnitud y		Ficha 1: reconoció algunos elementos o contenidos que se

	patrón de la medida		utilizaron en la “clase”, pero no identificó cuál era el problema en sí. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
13	Aprendimos a medir las cosas con sus magnitudes y usando el patrón de medida	como medir los rectángulos y formarle la diagonal de cada uno de los rectángulos	Ficha 1: Este alumno describió una parte del problema, considerando que expresó que se les enseñó cómo utilizar el patrón de medida para medir diferentes objetos (al menos eso se logra entender). Ficha 2: El alumno logró entender que la actividad de la “clase” estaba dirigida a relacionar la diagonal con la medida de los lados del rectángulo, sin embargo no relacionó la diagonal con su pendiente.
14	sobre la magnitud, el medir y el patrón de medida	Como formar rectángulos y medir como también la diagonal	Ficha 1: Este alumno reconoció los elementos que se entrelazaron para plantear el desarrollo del problema, pero no describió el problema en sí. Ficha 2: El alumno logró entender que la actividad de la “clase” estaba dirigida a relacionar la diagonal con la medida de los lados del rectángulo, sin embargo no relacionó la diagonal con su pendiente.
15	saber que era magnitud, medida, patrón de medida		Ficha 1: Este alumno reconoció los elementos que se entrelazaron para plantear el desarrollo del problema, pero no describió el problema en sí. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.

16	descubrir y aprender lo que una magnitud	que si podríamos utilizar bien un geoplano y diferenciar rectángulos	Ficha 1: reconoció solo un elemento o contenido que se utilizó en la “clase”, pero no identificó cuál era el problema en sí. Ficha 2: no logró reconocer el objetivo de la clase, pero reconoció que trabajó en ella con el geoplano.
17	la magnitud y patrón de medida		Ficha1: reconoció algunos elementos o contenidos que se utilizaron en la “clase”, pero no identificó cuál era el problema en sí. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
18	patrón de medida	los rectángulos, trabajar en el geoplano	Ficha1: Este alumno reconoció solamente uno de los elementos o contenidos que se utilizaron en la “clase”, pero no identificó cuál era el problema en sí. Ficha 2: no logró reconocer el objetivo de la clase, pero reconoció que trabajó en ella con el geoplano.
19	la magnitud y el patrón de medida		Ficha1: reconoció algunos elementos o contenidos que se utilizaron en la “clase”, pero no identificó cuál era el problema en sí. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
20	Comparar lo que es el patrón de medida con medir y lo que hemos aprendido		Ficha 1: Este alumno relacionó el patrón de medida con medir, y explicó que el problema planteado fue comparar estos dos elementos, sin explicar cómo hacerlo.

	sobre eso		Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
21	definimos lo que es patrón de medida y medir		Ficha 1: Este alumno logró identificar cuál era el objetivo de la “clase”, sin embargo no explicó los pasos realizados para llegar a la definición. Buena explicación. Fase 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
22	Las definiciones de patrón de medida y que era medir		Ficha 1: Este alumno logró identificar cuál era el objetivo de la “clase”, sin embargo no explicó los pasos realizados para llegar a la definición. Buena explicación. Fase 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
23	Explicar lo que aprendimos de la guía		Ficha 1: Este alumno entendió que el problema central de la “clase” fue explicar lo que se hizo, sin embargo la pregunta está diseñada para que se explique “lo que hicieron en la guía”. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
24	No, en esta clase no hubo problemas		Ficha 1: Este alumno al responder que no hubo problemas, tal vez lo interpretó de la mirada clásica de “problemas” en matemática, en donde deben realizar operaciones matemáticas para resolverlo. Ficha 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.
25	la magnitud de	los problema de multiplicar y dividir	Ficha 1: Este alumno identificó el elemento principal de la primera

	los cuerpo	el ancho por el largo de un rectángulo	parte, comentando que el problema expresado era para aprender sobre las magnitudes de los cuerpos, sin embargo no describe el problema en sí. Ficha 2: no logró relacionar de manera clara el objetivo, pero si logró reconocer los pasos realizados en la “clase”
26	se definieron las palabras patrón de medida y medir		Ficha 1: Este alumno logró identificar cuál era el objetivo de la “clase”, sin embargo no explicó los pasos realizados para llegar a la definición. Buena explicación. Fase 2: No logró reconocer el objetivo final de la “clase”, sin embargo expresó haber trabajado rectángulos.

2. ¿Qué aprendí resolviendo el problema?

Estudiante	Ficha 1	Ficha 2	Análisis
2	a utilizar la magnitud y el patrón de medida		Ficha 1: Este alumno entendió cómo utilizar el patrón de medida para medir, también indicó aprendió a “utilizar la magnitud” lo cual se interpreta que quiso decir que aprendió a utilizar la palabra magnitud en diferentes contextos. Ficha 2: no respondió el ítem.
3	aprendí un poco más sobre lo que es magnitud, patrón de medida	que si uno se concentra puede resolver casi todo lo que sea	Ficha 1: Este alumno no especificó detalladamente qué fue lo que aprendió, solo hizo referencia de manera general de lo aprendido (magnitud y patrón de medida) Ficha 2: la respuesta entregada por el alumno no se centra en lo esperado, pero comentó otro aspecto (que si se concentra podría resolver casi todo)

4	aprendí que ocupando la magnitud es mucho más fácil	si uno se concentra puede resolver casi lo que sea	Ficha 1: Este alumno no expresó de manera clara lo aprendido, pero se interpreta que lo aprendido fue a ocupar la palabra magnitud, es decir, entendió los distintos significados de esta palabra. Ficha 2: la respuesta entregada por el alumno no se centra en lo esperado, pero comentó otro aspecto (que si se concentra podría resolver casi todo)
5	aprendí lo que era un patrón de medida lo que era medir y que es la magnitud	aprendí a medir los rectángulos con la regla patrón	Ficha 1: Este alumno no especificó detalladamente qué fue lo que aprendió, solo hizo referencia de manera general de lo aprendido (magnitud, medir y patrón de medida) Ficha 2: Sólo indicó una parte de lo realizado (utilizar la regla patrón), no consideró el objetivo final (identificar y caracterizar una familia de rectángulos)
6	todo. Aprendiendo todo sobre magnitud con distintos significados que tiene	todo lo que aborda rectángulos y utilizar el geoplano	Ficha 1: Este alumno declaró que lo aprendido en esta “clase” fueron los diferentes significados de la palabra magnitud. Es importante mencionar que no hizo referencia al patrón de medida ni a lo que es medir. Ficha 2: no especificó a lo que se refería con “todo lo que aborda rectángulos”
8	a ocupar las magnitudes y los patrones de medida		Ficha 1: Este alumno entendió cómo utilizar el patrón de medida para medir, también indicó aprendió a “utilizar la magnitud” lo cual se interpreta que quiso decir que aprendió a utilizar la palabra magnitud en diferentes contextos. Ficha 2: no respondió este ítem

9	que magnitud se puede definir de muchas formas	si uno se concentra puede resolver casi lo que sea	Ficha 1: El aprendizaje de este alumno estuvo dirigido a la primera parte, explicando que se puede definir de muchas formas. Ficha 2: no se refirió al contenido, sino a una actitud, la concentración
10	que la magnitud y el patrón nos sirve mucho en nuestra vida	como multiplicar y dividir el largo y el ancho de los rectángulos	Ficha 1: Este alumno explicó que lo aprendido está dirigido a la aplicación que tiene el patrón de medida en el diario vivir, con respecto a la magnitud se interpreta que logró aprender que esta palabra se utiliza a menudo en oraciones que han escuchado. Ficha 2: sólo se refirió a una parte de la actividad (operaciones para completar tablas) y no al objetivo final (identificar y caracterizar una familia de rectángulos)
11	aprendí a usar el patrón de medida y la magnitud		Ficha 1: Este alumno entendió cómo utilizar el patrón de medida para medir, también indicó aprendió a usar la magnitud, lo cual se interpreta que quiso decir que aprendió a utilizar la palabra magnitud en diferentes contextos. Ficha 2: no respondió este ítem
13	Aprender a medir las cosas utilizando los complementos necesarios	aprendí a medir cada uno de los rectángulos con diferentes tamaños y obteniendo su diagonal y sus medidas	Ficha 1: Este alumno describió que lo aprendido fue a medir cosas, no mencionó el patrón de medida, pero se entiende que “complementos necesarios” es la frase utilizada para dirigirse a él. Ficha 2: se refirió solo a una parte de la actividad (medir rectángulos y obtener la diagonal, además de sus medidas), y no consideró lo que se tomó como objetivo final (identificar y caracterizar una familia de rectángulos)
14	lo que era la magnitud en que se	el como formar rectángulos de distintos tamaños y	Ficha 1: este alumno intentó describir lo aprendido en relación a la magnitud y sus distintos

	desenvolvía como se hacia	medirlos para así lograr un resultado	significados, sin embargo en su descripción se interpreta también que mezcló este aprendizaje con el de patrón de medida Ficha 2: sólo se refirió a una parte de la actividad (formar rectángulos de diferentes tamaños y medirlos) y no consideró lo que se tomó como objetivo final (identificar y caracterizar una familia de rectángulos)
15	a ocupar las magnitudes y los patrones de medida		Ficha 1: Este alumno entendió cómo utilizar el patrón de medida para medir, también indicó aprendió a “utilizar la magnitud” lo cual se interpreta que quiso decir que aprendió a utilizar la palabra magnitud en diferentes contextos. Ficha 2: no respondió este ítem
16	que me quedó mucho más claro al ocupar una magnitud	que si uno se concentra puede resolver casi lo que sea	Ficha 1: Este alumno expresa que le quedó más claro como ocupar una magnitud, sin embargo lo que se interpreta es que aprendió como ocupar esta palabra en una frase al hablar. Ficha 2: no consideró el aprendizaje conceptual, pero si uno actitudinal (concentración)
17	a usa el patrón de medida y la magnitud		Ficha 1: Este alumno entendió cómo el patrón de medida para medir, también indicó aprendió a “usar la magnitud” lo cual se interpreta que quiso decir que aprendió a utilizar la palabra magnitud en diferentes contextos. Ficha 2: no respondió este ítem
18	aprendí para que sirve medir	hoy aprendí como medir con la regla patrón los rectángulos	Ficha 1: A este alumno, lo que más le llamó la atención, y por ende lo aprendió, es a medir, al menos conoció para qué servía. Ficha 2: Sólo indicó una parte de lo realizado (utilizar la regla patrón), no consideró el objetivo

			final (identificar y caracterizar una familia de rectángulos)
19	aprendí el significado de magnitud y a utilizar el "PM" (patrón de medida)		Ficha 1: Este alumno aprendió (o al menos así lo expresó) lo que se pretendía en esta sesión, es decir, a medir utilizando el patrón de medida y a conocer y entender los significados de magnitud. Faltó solo un detalle por expresar, que se refiere a “medir” Fase 2: no respondió este ítem
20	A saber lo que es patrón de medida y medir		Ficha 1: Este alumno no especificó detalladamente qué fue lo que aprendió, solo hizo referencia de manera general de lo aprendido (medir y patrón de medida) Ficha 2: no respondió este ítem
21	aprendí que un patrón de medida sirve para medir, y medir sirve para comparar o sacar la cuenta		Ficha 1: Este alumno expresó de manera óptima su aprendizaje, es decir, logró el objetivo de la sesión. Faltó solo un detalle, que se refiere a “magnitud”. Ficha 2: no respondió este ítem
22	nada		Ficha 1: Este alumno fue sincero y no intentó inventar algo que no aprendió, sin embargo no se logró el objetivo con él. Ficha 2: no respondió este ítem
23	Aprendí el significado de patrón de medida		Ficha 1: Este alumno no especificó detalladamente qué fue lo que aprendió, solo hizo referencia de manera general de lo aprendido (patrón de medida) Ficha 2: no respondió este ítem
24	Lo que es el patrón y la forma de medir		Ficha 1: Este alumno no especificó detalladamente qué fue lo que aprendió, solo hizo referencia de manera general de lo aprendido (patrón de medida y la forma de medir) Ficha 2: no respondió este ítem

25	medir	como resolver los problemas y resolver en si el ancho y el largo	Ficha 1: Este alumno no especificó detalladamente qué fue lo que aprendió, solo hizo referencia de manera general de lo aprendido (medir) Ficha 2: este alumno no especificó, solo indicó que aprendió “cómo resolver los problemas”.
26	aprendí la difusión de medir y patrón de medida que sirvan mucho		Ficha 1: Este alumno expresó de manera confusa su aprendizaje, ya que se refirió a la difusión de medir y de patrón de medida, sin embargo se interpreta que intentó expresar que aprendió la función. Ficha 2: no respondió este ítem

3. ¿Qué hice para resolver el problema de la clase de hoy?

Estudiante	Ficha 1	Ficha 2	Análisis
2	me concentré y le pregunté a la profe		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no respondió este ítem
3	conversar los problemas con mis compañeros para así poder responder mejor y entender	trabajar con mis compañeros de grupo y concentrarme	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.

			Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
4	poner atención a las instrucciones y a mis compañeros	trabajar con mis compañeros de grupo y concentrarme	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
5	pensar mucho y tratar de relacionar los conceptos	pensar y comentar con mis compañeros	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a

			describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
6	pensar y sacar conclusiones para llegar a una respuesta	pensar mucho, reflexionar y tomar una que otra conclusión y opinión con mis compañeros	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
8	lo que se me pidió hacer, lo de los patrones de medidas		Ficha 1: Este alumno intentó explicar lo realizado, haciendo referencia a lo que se le indicó en la secuencia. Sin embargo, se interpreta que intentó explicar lo realizado con los patrones de medida al medir las longitudes indicadas. Ficha 2: No respondió este ítem
9	use lo que la profesora nos explicó para poder resolver el problema	trabajar con mis compañeros de grupo y concentrarse	Ficha 1: Este alumno intentó explicar lo realizado, haciendo referencia a lo que la profesora le explicó. Sin embargo, se interpreta que intentó explicar lo

			realizado con los patrones de medida al medir las longitudes indicadas. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
10	primero traté de saber primero las definiciones de cada palabra y después desarrolle según las explicaciones		Ficha 1: Este alumno intentó explicar lo realizado, comentando que trató entender las definiciones y luego seguir las indicaciones de la secuencia. Sin embargo, se interpreta que intentó explicar lo realizado con los patrones de medida al medir las longitudes indicadas. Ficha 2: no respondió este ítem
11	poner atención y a sugerencias del profesor		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que

			debía contestar.
13	leer bien las instrucciones y prestar atención	leer y prestar atención a las indicaciones escritas en la hoja y preguntarle a la profesora	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
14	conté unos papeles los cuales tenían que ser doblados	leer y realizar la que se proponía	Ficha 1: Este alumno explicó lo realizado para construir los patrones de medida. No explicó nada más respecto a lo realizado. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
15	lo que se me pidió hacer, lo de los patrones de medidas		Ficha 1: Este alumno intentó explicar lo realizado, haciendo referencia a lo que se le indicó en la secuencia. Sin embargo, se interpreta que intentó explicar lo realizado con los patrones de medida al medir las longitudes

			indicadas. Ficha 2: No contestó este ítem
16	conversar y plantear los problemas con mis compañeros y así poder desarrollarlo	trabajar con mis compañeros de grupo y concentrarme	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar.
17	poner atención y sugerencias del profesor		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no respondió este ítem
18	pensar!	tuve que hacer muchos rectángulos con elástico y dibujarlos	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya

			que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno describió parte de lo realizado en la “clase” para poder resolver el problema (“tuve que hacer muchos rectángulos con elástico y dibujarlos”)
19	tomar atención a la profe concentrarme y leer bien la guía		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no contestó el ítem
20	Comprender lo que se nos explica		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no contestó el ítem
21	comentar con mi grupo		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no contestó el ítem

22	nada		Ficha 1: Este alumno fue sincero y no intentó inventar algo, sin embargo no se logró el objetivo con él. Ficha 2: no contestó el ítem
23	Trabajar en grupo y pensar sobre lo que entendí		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no contestó el ítem
24	pensar y trabajar en equipo		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no contestó el ítem
25	pensar	yo hice multiplicar o dividir	Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: Este alumno describió parte de lo realizado para resolver el problema (“multiplicar o dividir”)

26	comentar con las personas de mi grupo		Ficha 1: Este alumno no relacionó que la pregunta estaba orientada a describir lo realizado para desarrollar la actividad intelectualmente, no las actitudes que tomó para poder trabajar, sin embargo, y como no estaba estipulado de otra forma, se considera importante el aporte, ya que expresó lo que creyó que debía contestar. Ficha 2: no contestó el ítem
----	---------------------------------------	--	---

4. ¿Cómo me sentí abordando el problema de la clase de hoy?

Estudiante	Ficha 1	Ficha 2	Análisis
2	bien se me hizo fácil gracias a la profe		Ficha 1: Este alumno comentó que gracias a la ayuda de la profesora logró realizar de manera cómoda la actividad. Ficha 2: no contestó el ítem
3	yo me sentí cómodo porque así puedo aprender más	me sentí muy bien y cómodo ya que lo que le presento a la profesora me lo explicaba bien	Ficha 1: Este alumno compartió su comodidad ya que de esta manera logró entender y aprender. Ficha 2: Se sintió bien y cómodo, comentando que al preguntarle “a la profesora me lo explicaba bien”
4	Me sentí cómoda. Me gustó porque hay como más silencio	me sentí bien y lo que le preguntaba a la profe me lo explicaba	Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad de trabajar en esta modalidad. Además comentó que el grupo curso estaba en silencio al realizar las actividades, lo que muestra la concentración de ellos (o al menos intentar concentrarse) Ficha 2: Se sintió bien, comentando que “lo que le preguntaba a la profe me lo explicaba”
5	de primero me costó mucho porque me compliqué pero después relacioné y fue	complicada y confundida	Ficha 1: Este alumno indicó su evolución al desarrollar las actividades, empezando con un poco de dificultad y luego se le tornó más fácil. Ficha 2: Este alumno declaró

	más fácil		sentirse “complicada y confundida”, sin entregar antecedentes de aquello.
6	bien, un poco complicada con algunos ítems pero nada más	complicada un poco, porque en ocasiones no entendía mucho	Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad de trabajar en esta modalidad, sin embargo hubo algunos aspectos en los cuales no logró entender con claridad Ficha 2: Este alumno expresó que “en ocasiones no entendía mucho” y por lo mismo se sintió “complicada un poco”
8	saber bien		Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad de trabajar en esta modalidad. Ficha 2: no respondió el ítem
9	interesado como con todo concepto nuevo	me sentí muy bien y cómodo ya que lo que le presento a la profesora me lo explicaba bien	Ficha 1: Este alumno explicó el interés que le causo al trabajar con esta modalidad. Ficha 2: Se sintió bien y cómodo, comentando que al preguntarle “a la profesora me lo explicaba bien”
10	no me gusto mucho porque no entendía cada palabra		Ficha 1: Este alumno comentó el disgusto por la actividad, debido a que no entendió la actividad. Ficha 2: no contestó el ítem
11	bien porque logré entender		Ficha 1: Este alumno compartió su comodidad ya que de esta manera logró entender y aprender. Ficha 2: no contestó el ítem
13	Bien, aunque habían cosas que no entendía y había que preguntar	preguntando fui entendiendo lo pedido en la guía y aprendí a medirlos	Ficha 1: Este alumno comentó que gracias a la ayuda de la profesora o de los compañeros logró realizar de manera cómoda la actividad. Ficha 2: No comentó lo que sintió y cómo se sintió, solo explicó lo que hizo para aprender
14	difícil porque a veces lo del papel no me salía me era muy difícil	un poco incómoda porque a veces no me salían los problemas	Ficha 1: Este alumno comentó el disgusto por la actividad, debido a que no logró realizar la actividad con facilidad. Ficha 2: Este alumno confesó

			haberse sentido “un poco incómoda” explicando que esto se daba ya que en ocasiones no le podía resolver los problemas (“no me salían”)
15	super bien		Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad de trabajar en esta modalidad. Ficha 2: no contestó el ítem
16	me sentí cómoda y mucho más entretenido	me sentí muy bien ya que lo entendí todo	Ficha 1: Este alumno compartió su comodidad ya que de esta manera logró entender y aprender. Además le gustó trabajar con esta modalidad. Ficha 2: Este alumno explicó que se sintió muy bien, debido a que al realizar las actividades “lo entendí todo”
17	bien ya que logré entender la materia		Ficha 1: Este alumno compartió su comodidad ya que de esta manera logró entender y aprender. Ficha 2: no contestó el ítem
18	eee! No se	confundida porque estaba muy difícil	Ficha 1: Este alumno expresó su confusión, ya que no supo inclinarse a ninguna de las dos posiciones extremas, no explicó a qué se debía esta situación. Ficha 2: este alumno expresó que encontró difícil las actividades, y por lo mismo se sintió “confundida”
19	bien, porque me gustan las clases de la profe		Ficha 1: Este alumno comentó que gracias a la ayuda de la profesora logró realizar de manera cómoda la actividad. Ficha 2: no respondió este ítem
20	Bien porque entendí todo muy bien		Ficha 1: Este alumno compartió su comodidad ya que de esta manera logró entender y aprender. Ficha 2: no contestó el ítem
21	bien porque así aprendo más		Ficha 1: Este alumno compartió su comodidad ya que de esta

			manera logró entender y aprender. Ficha 2: no contestó el ítem
22	normal		Ficha 1: Este alumno no expresó inclinación positiva, mostrando que no fue novedad trabajar con esta modalidad. No explicó debido a que se daba esta situación. Ficha 2: no contestó el ítem
23	Bien, con mi grupo no fue tan difícil ya que todos aportaron		Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad de trabajar en esta modalidad, además compartió que el trabajo en grupo fue facilitador debido al aporte de cada uno de ellos Ficha 2: no contestó el ítem
24	tranquila y segura		Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad de trabajar en esta modalidad. Ficha 2: no contestó el ítem
25	muy bien me gusta mucho	muy bien ya que aprendí mucho solo y con mis compañeros	Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad y gusto al trabajar en esta modalidad. Ficha 2: este alumno comentó haberse sentido “muy bien” y además explicó que eso fue consecuencia de que aprendió mucho “solo y con mis compañeros”
26	me sentí bien haciendo el trabajo		Ficha 1: Este alumno explicó la comodidad de trabajar en esta modalidad. Ficha 2: no contestó el ítem

5. ¿Cómo me sentí realizando mi trabajo en el grupo?

Estudiante	Ficha 1	Ficha 2	Análisis
2	me sentí bien ya que logre poner atención		Ficha 1: Este alumno comentó haberse sentido bien, fundamentando que “logró poner atención”, a pesar de que no

			comentó en relación al trabajo en grupo, se entiende que en esa instancia fue que se sintió así. Ficha 2: No contestó el ítem
3	me sentí muy bien ya que todos aportaron su granito de arena	muy cómodo ya que me ayudaron	Ficha 1: En el trabajo en grupo, este alumno se sintió muy bien ya que todos colaboraron, explicando que “todos aportaron su granito de arena” Ficha 2: Al igual que en la ficha anterior, todos ayudaron, explicando que se sintió muy cómodo con aquella situación.
4	Me sentí bien aunque mi grupo es un poco fome	cómoda ya que me ayudaron	Ficha 1: Este alumno explicó haberse sentido bien, a pesar de que el trabajo con su grupo no se tornó entretenido porque “mi grupo es un poco fome” Ficha 2: Esta vez explicó que el trabajo en grupo la hizo sentir “cómoda ya que me ayudaron”, es decir el trabajo en grupo se tornó colaborativo
5	bien en mi grupo siempre es más fácil porque hay más ideas y opiniones y así se llega a una buena respuesta	me sentí bien hasta que llegamos a las tablas eso fue difícil	Ficha 1: este alumno comentó haberse sentido bien, explicando que se debe a que la discusión grupal es enriquecedora, es decir “porque hay más ideas y así se llega a una buena respuesta” Ficha 2: La reacción de este alumno fue positiva, explicando haberse sentido bien, hasta el momento en que se trabajó con las tablas, “eso fue difícil”
6	cómoda, ningún problema	bien, compartiendo conocimientos se puede llegar a buenas respuestas	Ficha 1: este alumno comentó sentirse “cómoda” explicando que no hubo dificultades. Ficha 2: Se sintió bien, la fundamentación entregada es considerada interesante, ya que reconoció que “compartiendo conocimientos se puede llegar a buenas respuestas”, que es una de las cosas fundamentales en el

			trabajo grupal.
8	super bien, super cómodo		Ficha 1: Este alumno comentó haberse sentido “súper bien, súper cómodo” sin entregar ningún otro comentario. Ficha 2: no respondió el ítem
9	cómodo	muy cómodo ya que había apoyo	Ficha 1: Este alumno sólo comentó sentirse “cómodo”, sin agregar ningún otro comentario Ficha 2: En el comentario realizado por el alumno se interpreta que el trabajo en grupo fue colaborativo (“había apoyo”), y debido a ello se sintió “muy cómodo”
10	no me gustó mucho porque no entendía cada palabra		Ficha 1: Este alumno comentó que no le agradó el trabajo, ya que “no entendía cada palabra”, lo que se interpreta que no hubo trabajo en grupo Ficha 2: no respondió el ítem
11	bien así se hace más fácil y se aprende más rápido		Ficha 1: Este alumno considera que el trabajo cuando es en grupo “se hace más fácil y se aprende más rápido”, por lo que comentó haberse sentido “bien” Ficha 2: no respondió el ítem
13	Bien, porque uno escucha las opiniones de los otros	bien porque en equipo piensan más que una persona y afirma que el resultado este bueno	Ficha 1: Este alumno considera que el trabajo cuando es en grupo “uno escucha las opiniones de los otros”, por lo que comentó que se sentía bien. Se interpreta que al trabajar así también se siente escuchado Ficha 2: el alumno se sintió bien, ya que “en equipo piensan más que una persona”. Al comentar esto se entiende que realmente hubo un trabajo colaborativo
14	bien muy cansada porque todos aportaron algo	muy bien fue genial todos hicimos algo y nos resultó	Ficha 1: Este alumno considera que en el trabajo en grupo “todos aportan algo”, por lo que comentó haberse sentido bien, sin embargo

			agregó que se sintió “muy cansada” Ficha 2: Este alumno comentó haberse sentido muy bien, agregando que “fue genial” debido a que “todos hicimos algo y nos resultó”. A diferencia de la ficha anterior, se nota que el trabajo en grupo esta vez funcionó
15	super bien, me sentí super cómodo		Ficha 1: Este alumno comentó haberse sentido “súper bien”, “súper cómodo” sin entregar ningún otro comentario. Ficha 2: no respondió el ítem
16	bien así tenía más opiniones	muy cómoda	Ficha 1: Este alumno reconoció que se sintió bien, comentando que de esa manera “tenía más opiniones”. El trabajo en grupo, al parecer, fue compartir opiniones Ficha 2: Solamente comentó que se sintió “muy cómoda” sin agregar otro comentario para enrobustecer su opinión
17	bien así se hace más fácil y se aprende más rápido		Ficha 1: El alumno comentó que se sintió bien, ya que al trabajar en grupo “se hace más fácil y se aprende más rápido”, sin entregar otro ejemplo para enrobustecer la opinión Ficha 2: no respondió el ítem
18	no sentí nada	bien porque en mi grupo las preguntas se conversa y llegamos a una solución	Ficha 1: Este alumno fue sincero y reconoció no haber sentido nada al trabajar en grupo, es posible que debido al estado de ánimo de él (o ella) no se incorporara más al grupo Ficha 2: Esta vez el alumno comentó haberse sentido bien, agregando que se debió a que “en mi grupo las preguntas se conversa y llegamos a una solución”, es decir, existe una discusión constructiva

			constantemente.
19	bien		Ficha 1: Este alumno solamente comenta haberse sentido “bien” sin entregar otro antecedente para analizar Ficha 2: no respondió el ítem
20	Bien, porque todos colaboraban		Ficha 1: Este alumno indicó haberse sentido bien, explicando que esta situación se dio debido a que “todos colaboraron”, es decir el trabajo en grupo funcionó Ficha 2: No respondió el ítem
21	bien, porque si no entiendo algo me explican		Ficha 1: El alumno considera que se sintió bien, explicando que se debe a que si no entendía algo, los compañeros de grupo lo ayudaban. Esta característica es una de las del trabajo en grupo. Ficha 2: no respondió el ítem
22	normal		Ficha 1: Este alumno solamente comentó haberse sentido “normal”, no agregando nada para fundamentar su respuesta. Ficha 2: no respondió el ítem
23	Bien, mi grupo aportó mucho		Ficha 1: Este alumno comentó haberse sentido bien, agregando que “mi grupo aportó mucho”. Al interpretar la respuesta del alumno, se deduce que hubo conversaciones y discusiones relevantes para poder dar solución a un problema o respuesta a una interrogante Ficha 2: no respondió el ítem
24	confundida en lo que hacía		Ficha 1: Se sintió “confundida”, principalmente en “lo que hacía”; lo que se puede interpretar como trabajo en grupo poco colaborativo. Ficha 2: no respondió el ítem
25	bien	muy bien ya que entendí al tiro	Ficha 1: El alumno sólo explicó que se sentía “bien” con el trabajo

			en grupo, sin embargo no agregó comentarios que enrobustecieran su respuesta Ficha 2: En esta ficha, el alumno comentó haberse sentido “muy bien”, debido a que esta vez “entendí al tiro”, como el trabajo se realizó en grupos, las dudas las resulten en el mismo grupo de inmediato
26	bien porque el grupo es bueno aunque algunos no aportamos mucho		Ficha 1: Este alumno comentó haberse sentido “bien” fundamentando que “el grupo es bueno, aunque algunos no aportamos mucho”. Es en comentarios como el anterior que se logra entender por qué el trabajo en grupo no le gusta mucho a los alumnos de buenos desempeños, ya que el resto no aporta mucho Ficha 2: no respondió el ítem

6. En la clase de hoy, pienso que se habló de:

Estudiante	Ficha 1	Ficha 2	Análisis
2	si igual me gusto porque aprendí algo		Ficha 1: Este alumno no comprendió la pregunta que se le hace, respondiendo de manera errónea Ficha 2: no respondió el ítem
3	se habla si sabíamos lo que era magnitud y patrón de medida	como utilizar bien una diagonal	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (magnitud y patrón de medida). Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la diagonal fue fundamental en esta “clase”
4	Si sabemos lo que es magnitud y	como utilizar bien una diagonal	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en

	patrón de medida		el ítem (magnitud y patrón de medida). Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la diagonal fue fundamental en esta “clase”
5	me pareció bien porque todos expusieron sus ideas y así todos entienden	los rectángulos, las diagonales, el ancho y el largo	Ficha 1: Este alumno no comprendió la pregunta que se le hace, respondiendo de manera errónea Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la diagonal, los rectángulos y las medidas de sus lados fueron fundamental en esta “clase”
6	de magnitud y todo lo que tiene que ver con ello	de las diagonales del rectángulo su ancho y largo entre otras	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (magnitud y “todo lo que tiene que ver con ello”) Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la diagonal, los rectángulos y la medida de sus lados fueron fundamental en esta “clase”
8	he... interesante ya que pude aprender cosas que no sabía		Ficha 1: Este alumno no comprendió la pregunta que se le hace, respondiendo de manera errónea Ficha 2: no respondió el ítem
9	interesante	como utilizar bien una diagonal	Ficha 1: Este alumno no comprendió la pregunta que se le hace, respondiendo de manera errónea Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la diagonal fue fundamental en esta “clase”
10	que el patrón		Ficha 1: Este alumno entendió el

	sirve mucho para la vida cotidiana		contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (patrón de medida) Ficha 2: no respondió el ítem
11	de lo que se habla lograr poder explicar medida		Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (medida) Ficha 2: no respondió el ítem
13	Lo de la medición, las magnitudes y el patrón de medida	los rectángulos y sus diagonales y medidas según el ancho y el alto	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (medir, magnitudes y patrón de medida). Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la diagonal, los rectángulos y la medida de sus lados fueron fundamental en esta “clase”
14	sobre lo que significa realmente medir	lo que era una diagonal el ancho y el largo de un rectángulo	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (medir) Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la diagonal y las medidas de los lados de un rectángulo fueron fundamental en esta “clase”
15	que está bueno ya que yo no lo sabía		Ficha 1: Este alumno no comprendió la pregunta que se le hace, respondiendo de manera errónea Ficha 2: no respondió el ítem
16	se habló de lo que es una magnitud y patrón de medida	como utilizar bien una diagonal	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (magnitud y patrón de medida) Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de la

			diagonal fue fundamental en esta “clase”
17	de lo que se habló lograr poder aplicar diferentes medidas		Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (medidas). Ficha 2: no respondió el ítem
18	se hablo del patrón de medida	los rectángulos	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (patrón de medida) Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de los rectángulos fue fundamental en esta “clase”
19	para mi es interesante porque me gusta matemáticas		Ficha 1: Este alumno no comprendió la pregunta que se le hace, respondiendo de manera errónea Ficha 2: no respondió el ítem
20	Sobre medir y el patrón de medida		Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (medir y patrón de medida) Ficha 2: no respondió el ítem
21	patrón de medida, medir		Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (patrón de medida, medir) Ficha 2: no respondió el ítem
22	no sé		Ficha 1: Este alumno no comprendió la pregunta que se le hace, respondiendo de manera errónea, sin embargo fue sincero al confesar que no sabía Ficha 2: no respondió el ítem
23	Sobre el patrón de medida y medir		Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (patrón de medida, medir)

			Ficha 2: no respondió el ítem
24	saber lo que es el patrón de medida y la forma de medir		Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (patrón de medida, medir) Ficha 2: no respondió el ítem
25	las medidas y la magnitud	el largo y el ancho de un rectángulo	Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (medidas y magnitud) Ficha 2: Este alumno no respondió lo esperado, sin embargo sabe que el uso de las medidas de un rectángulo fueron fundamental en esta “clase”
26	hablamos sobre el patrón de medida y medir		Ficha 1: Este alumno entendió el contenido tratado en la “clase” y lo comentó de manera correcta en el ítem (patrón de medida, medir) Ficha 2: no respondió el ítem

7. Si tuviera explicarle la clase de hoy a un compañero ¿qué le diría? ¿qué ejemplo le entregaría para que me entendiera?

Estudiante	Ficha 1	Ficha 2	Análisis
2	le explicaría las definiciones y le daría ejemplos		Ficha 1: el alumno le explicaría desde lo que aprendió él mismo, comente que le entregaría ejemplos, pero no indica cuáles Ficha 2: no respondió el ítem
3	le diría que el patrón de medida es un objeto medido y sirve para ver cuantas veces cabe en otra superficie mayor como un lápiz cuantas veces cabe en la tele	que hiciera más de un rectángulo y le tirara una diagonal y si calza está bien	Ficha 1: La forma de explicar es clara, mantiene su propia idea y entrega un ejemplo claro, se encuentra bien en su propio contexto Ficha 2: solo explico lo realizado en la actividad, pero no explico de qué se trató finalmente.

4	le diría de lo que hablamos lo más claro que pueda decirle y le daría el ejemplo de cómo medir la sala con una caja de fósforos, o una silla con palos de helado, etc.	que hiciera más de un rectángulo y le tirara una diagonal y si calza está bien	Ficha 1: La forma de explicar es clara, mantiene su propia idea y entrega un ejemplo claro, se encuentra bien en su propio contexto Ficha 2: solo explicó lo realizado en la actividad, pero no explicó de qué se trató finalmente.
5	Patrón de medida: es saber cuántas veces cabe una medida en otra. Medida: se usa para saber tamaño, distancia, tiempo, etc. de las cosas. Magnitud: no sabría explicarlo porque es una palabra que tiene muchos significados	no le explicaría porque no entendí mucho y lo que entendí no podría explicarlo	Ficha 1: La manera de explicar lo sucedido en la “clase” no se encuentra muy alejado de lo visto, sin embargo no utilizó palabras propias ni entregó ejemplos, Ficha 2: Este alumno fue sincero al comentar que no lo entendió, y debido a ello, no podría explicárselo a otro compañero.
6	que magnitud no es tan fácil como parece, que la palabra tiene muchos significados y que está compuesto por otras cosas más y conceptos	siento que no estoy preparada para explicar lo que hicimos hoy. No tengo un buen manejo como para enseñarle algo	Ficha 1: la explicación es poco comprensible, es decir, sólo explica cosas superficiales y no el contenido o aprendizaje en sí. Ficha 2: Este alumno comentó no sentirse preparado (“no tengo un buen manejo para enseñar algo”) para explicar a otro lo tratado en la clase
8	haciendo lo mismo que se hizo en la clase		Ficha 1: Explica que se lo explicaría de la misma forma en la que se realizó en la clase. No entrega ejemplos para clarificar

			Ficha 2: no respondió el ítem
9	le diría que un patrón de medida es como una regla para ver cuantas veces cabe un cuerpo anotó	que hiciera mas de un rectángulo y que tierara una diagonal y si colso está bien	Ficha 1: solo explica lo del patrón de medida, haciendo de inmediato la comparación con una “regla”, no entrega otros ejemplos. Ficha 2: solo explicó lo realizado en la actividad, pero no explicó de qué se trató finalmente.
10	primero le diría las explicaciones de cada palabra y después lo ayudaría a desarrollar el ejercicio		Ficha 1: Realizaría actividades basadas en lo hecho en la “clase”, sin embargo no explica de manera ejemplificadora. Ficha 2: no respondió el ítem
11	Que la magnitud es la masa de un objeto. El patrón de medidas es para saber cuantas veces cabe algo en otra cosa		Ficha 1: trató de describir magnitud y patrón de medida de manera clara, pero no lo logró a cabalidad. Ficha 2: no respondió el ítem
13	Le explicaría el cómo medir las cosas, y los conceptos necesarios para saber cada cosa para su realización	que los rectángulos se le puede sacar las medidas dependiendo de su alto y su ancho	Ficha 1: Este alumno realizaría algo similar a lo que ellos vivieron en la clase, sin embargo no explica con detalles los que haría realmente Ficha 2: solo explicó lo realizado en la actividad, pero no explicó de qué se trató finalmente.
14	le daría pedazos de papel y haría que hiciera lo mismo que yo para saber si fue capaz de aprender	el de los dibujos con los puntos de cómo forme rectángulos	Ficha 1: Este alumno realizaría las actividades de manera similar a lo que se hizo en la clase, sin embargo explica una forma de evaluar si comprendió su compañero Ficha 2: solo explicó lo realizado en la actividad, pero no explicó de qué se trató finalmente.

15	que la magnitud es cuando cabe un cuerpo en otro distinto		Ficha 1: Este alumno, al parecer, explica sólo lo que aprendió, que en este caso se encuentra erróneo (confundió conceptos) Ficha 2: no respondió el ítem
16	le diría de lo que hablamos en la clase y explicarle todo lo que entendí de una manera clara	que hiciera más de un rectángulo y le tirara una diagonal y si calza está bien	Ficha 1: Este alumno al parecer escribe la forma pero no el modo de realizarlo, no entrega datos interesantes ni ejemplos que ejemplifiquen lo vivido Ficha 2: solo explicó lo realizado en la actividad, pero no explicó de qué se trató finalmente.
17	Que la magnitud es la masa de un objeto. El patrón de medidas es para saber cuantas veces cabe algo		Ficha 1: trató de describir magnitud y patrón de medida de manera clara, pero no lo logró a cabalidad. Ficha 2: no respondió el ítem
18	ni si quiera se que se yo	no le podría explicar porque apenas entendí yo	Ficha 1: Este alumno fue sincero al escribir que no lo lograría ya que ni él mismo lo logró de manera clara Ficha 2: Este alumno fue sincero al comentar no haber entendido, y debido a ello, no podría explicarle a otro.
19	le explicaría como la profe le diría definiciones de magnitud y le daría ejercicios		Ficha 1: Solo escribió la generalidad, sin entregar datos concretos ni ejemplos aclaradores Ficha 2: no respondió el ítem
20	Que vimos el patrón de medida el cual es la unidad fija que se pone para medir otra cantidad y medir es		Ficha 1: Este alumno entrega una buena explicación de patrón de medida y de medir, pero no entrega ejemplos clarificadores Ficha 2: no respondió el ítem

	comparar una medida con otra. Los tratados en clase		
21			Ficha 1: No respondió el ítem Ficha 2: No respondió el ítem
22	No soy bueno para explicar. No lo haría		Ficha 1: Este alumno fue sincero al comentar no ser “bueno para explicar”, agregando que simplemente no lo haría Ficha 2: no respondió el ítem
23	Los ejemplos que dimos en clases y explicarle con calma		Ficha 1: Solo se refiere a explicar lo tratado en la clase, lo haría con calma, pero no concretiza cómo lo haría, no entrega ejemplos de ello Ficha 2: no respondió el ítem
24	que es un segmento de cada cuadrado es la unidad fija de cada perímetro		Ficha 1: Este alumno intentó explicar lo que entendió por patrón de medida, sin embargo la explicación entregada no se considera correcta Ficha 2: no respondió el ítem
25	que el patrón de medidas es para medir y la magnitud es tamaño de cuerpo	le explicaría como dividir y multiplicar un rectángulo como resolver el problema	Ficha 1: trató de describir patrón de medida y magnitud de manera clara, pero no lo logró a cabalidad. Ficha 2: solo explicó lo realizado en la actividad, pero no explicó de qué se trató finalmente.
26			Ficha 1: no respondió el ítem Ficha 2: no respondió el ítem

e) LO QUE CREO QUE SÉ O KPSI 1

A: no lo sé; B: creo que lo sé; C: lo sé bien pero para mí; D: Lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero

- (1) Reconozco un rectángulo de entre otras figuras geométricas
- (2) Reconozco las partes de un rectángulo, tales como largo, ancho y diagonal
- (3) Sobrepongo el patrón de medida de manera óptima sobre el objeto a medir
- (4) Establezco similitudes entre dos o más figuras geométricas
- (5) Establezco diferencias entre dos o más figuras geométricas
- (6) Identifico regularidades en figuras geométricas

Est.	1	2	3	4	5	6	Análisis
2	D	B	B	C	D	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, e identificar regularidades en figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a establecer similitudes entre figuras geométricas D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas.
3	C	B	B	B	C	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en cuatro de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, establecer similitudes entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en dos de ellos, el referente a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas
4	C	B	B	A	A	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en dos de ellos, en el referente a Establecer similitudes entre figuras geométricas y establecer diferencias entre figuras geométricas.

							B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, e identificar regularidades en figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas
5	D	A	D	D	D	A	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en dos de ellos, los referentes a reconocer las partes de un rectángulo, e identificar regularidades en figuras geométricas. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en cuatro ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, establecer similitudes entre figuras geométricas y establecer diferencias entre figuras geométricas.
6	D	D	B	B	C	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, establecer similitudes entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a establecer diferencias entre figuras geométricas. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, y reconocer las partes de un rectángulo
8	D	C	C	B	B	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a establecer similitudes entre figuras geométricas, establecer diferencias entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en dos ítems referentes a reconocer las partes de un rectángulo, y sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en un ítems, referente a reconocer un

							rectángulo entre otras figuras geométricas.
9							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en tres de ellos, referentes a establecer similitudes entre figuras geométricas, establecer diferencias entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas. B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, y sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto
	C	B	C	A	A	A	
10							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en tres de ellos, los referentes a establecer similitudes entre figuras geométricas, establecer diferencias entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, y reconocer las partes de un rectángulo.
	C	C	B	A	A	A	
11							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, e identificar regularidades en figuras geométricas D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en cuatro ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, reconocer las partes de un rectángulo, establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas.
	D	D	C	D	D	C	
13							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el
	D	C	C	D	D	C	

							patrón de medida para medir algún objeto, e identificar regularidades en figuras geométricas. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en tres ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas
14							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en uno de ellos, el referente a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto. B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo, establecer similitudes entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas
15	D	B	A	B	D	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en uno de ellos, el referente a identificar regularidades en figuras geométricas. B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a reconocer las partes de un rectángulo, y sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en un ítem, el referente a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas.
16	D	B	A	C	C	A	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en dos de ellos, los referentes a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, e identificar regularidades en figuras geométricas. B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a

							establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en un ítem, el referente a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas
17							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a identificar regularidades en figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, reconocer las partes de un rectángulo, establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en un ítem, el referente a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto
18	C	C	D	C	C	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en cinco de ellos, el referente a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, reconocer las partes de un rectángulo, establecer similitudes entre figuras geométricas, establecer diferencias entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto.
19	B	B	C	B	B	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, e identificar regularidades en figuras geométricas. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en tres ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas.
20	D	B	B	D	D	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a

							identificar regularidades en figuras geométricas. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en cinco ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas
21	C	B	B	B	A	B	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en uno de ellos, el referente a establecer diferencias entre figuras geométricas B (creo que lo sé) en cuatro de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, establecer similitudes entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas
22	D	D	C	D	D	D	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en cinco ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, reconocer las partes de un rectángulo, establecer similitudes entre figuras geométricas, establecer diferencias entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas
23	D	D	C	C	C	C	De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, establecer similitudes entre figuras geométricas, establecer diferencias entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, y

							reconocer las partes de un rectángulo
24							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a reconocer las partes de un rectángulo, sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, y establecer similitudes entre figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, establecer diferencias entre figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas
	C	B	B	B	C	C	
25							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en uno de ellos, el referente a identificar regularidades en figuras geométricas B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a establecer similitudes entre figuras geométricas, y establecer diferencias entre figuras geométricas D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en tres ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, reconocer las partes de un rectángulo, y sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto
	D	D	D	B	B	A	
26							De los seis ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a sobreponer el patrón de medida para medir algún objeto, y establecer similitudes entre figuras geométricas. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a reconocer las partes de un rectángulo, y establecer diferencias entre figuras geométricas. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a reconocer un rectángulo entre otras figuras geométricas, e identificar regularidades en figuras geométricas
	D	C	B	B	C	D	

f) LO QUE CREO QUE SÉ O KPSI 2

- (1) Diferencio entre la base y la altura de un rectángulo
- (2) Comprendo qué es una razón matemática
- (3) Encuentro similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado
- (4) Soy capaz de ubicar un punto en plano cartesiano si me entregan las coordenadas
- (5) Logro visualizar previamente la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar.

Est	1	2	3	4	5	Análisis
2	D	D	D	A	A	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en dos de ellos, referentes a ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en tres ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, comprender qué es una razón matemática, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado
3	C	B	B	B Y D	B	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en cuatro de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática, encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, ubicar un punto en el plano cartesiano (para este ítem marcó también la preferencia D), y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo
4	B	B	C	B	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, comprender qué es una razón matemática, y ubicar un punto en el plano cartesiano. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar
5	D	A	D	C	A	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes

						preferencias A (no lo sé) en dos de ellos, los referentes a comprender qué es una razón matemática, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a ubicar un punto en el plano cartesiano D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
6						De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en uno de ellos, el referente a visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática, y ubicar un punto en el plano cartesiano D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
	D	B	D	B	A	
8						De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a comprender qué es una razón matemática, encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en un ítem, referente a ubicar un punto en el plano cartesiano
	B	C	C	D	C	
9						De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en uno de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática. B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de
	C	A	C	B	B	

						graficar. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
10						De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en cuatro de ellos, el referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a comprender qué es una razón matemática.
11	B	C	B	B	B	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a ubicar un punto en el plano cartesiano. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado
13	D	B	D	C	B	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a comprender qué es una razón matemática, ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
14	D	C	D	C	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a comprender qué es una razón matemática, ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
	C	B	C	B	B	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática, ubicar un

						punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
15	C	B	C	A	B	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en uno de ellos, el referente a ubicar un punto en el plano cartesiano. B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
16	B	B	C	B	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en tres de ellos, el referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, comprender qué es una razón matemática, y ubicar un punto en el plano cartesiano. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar.
17	B	D	C	D	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a comprender qué es una razón matemática, y ubicar un punto en el plano cartesiano.
18	B	A	C	A	A	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes

						preferencias A (no lo sé) en tres de ellos, referentes a comprender qué es una razón matemática, ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo. C (lo sé bien pero para mí) en el ítem referente a encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
19	D	D	D	A	A	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias A (no lo sé) en dos de ellos, referentes a ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en tres ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, comprender qué es una razón matemática, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
20	D	C	D	C	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a comprender qué es una razón matemática, ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
21	B	B	D	C	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, y comprender qué es una razón matemática. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en un ítem, referente a encontrar similitudes

						y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado.
22	D	D	D	D	D	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en todos los ítems
23	D	D	C	D	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en tres ítems, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, comprender qué es una razón matemática, y ubicar un punto en el plano cartesiano.
24	C	B	C	C	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en uno de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática. C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar.
25	C	C	C	D	D	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo, comprender qué es una razón matemática, y encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en dos ítems, referentes a ubicar un punto en el plano cartesiano, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar.
26	D	B	C	B	C	De los cinco ítems, el alumno marcó las siguientes preferencias B (creo que lo sé) en dos de ellos, el referente a comprender qué es una razón matemática, y ubicar un punto en el plano cartesiano.

						C (lo sé bien pero para mí) en los ítems referentes a encontrar similitudes y diferencias entre un rectángulo y un cuadrado, y visualizar la inclinación de la diagonal principal de un rectángulo antes de graficar. D (lo sé bien, incluso puedo explicárselo a un compañero) en un ítem, referentes a diferenciar entre base y altura de un rectángulo
--	--	--	--	--	--	---